

**2. TEM-WELLEN**

- 2.8. Streifenleitung (Stripline)
- 2.9. Koplanar-Leitung

**3. MICROSTRIP-LEITUNG**

- 3.1. Grundwelle (Quasi-TEM), Bauformen
- 3.2. Substrat-Materialien
- 3.3. Berechnung (konforme Abbildung)
- 3.4. Dispersion
- 3.5. Stromdichte und Verluste
- 3.6. Anwendungen und Übergänge
- 3.7. Microstrip-Leitung als Antenne

**4. HOHLLEITER-WELLEN**

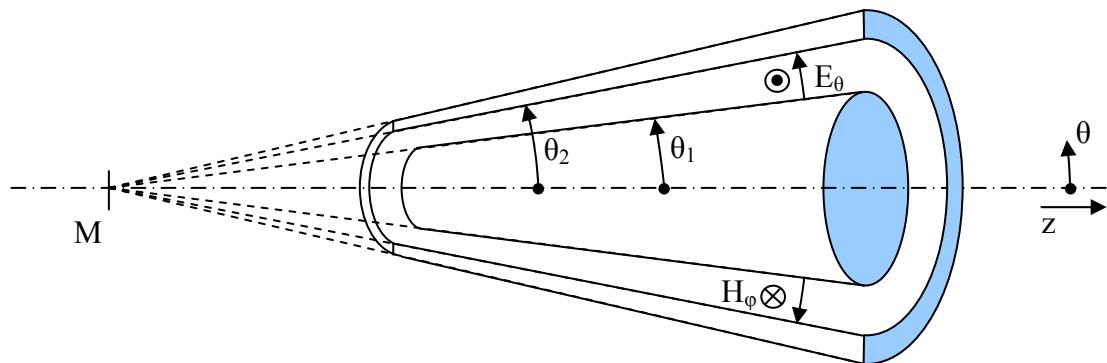
- 4.1. Homogene, zylindrische Hohlleiter beliebigen Querschnitts
- 4.2. Leiterverluste (Power-Loss-Methode)
- 4.3. Dielektrische Verluste
- 4.4. Rechteckhohlleiter mit  $H_{10}$ -Welle (Anwendungen)
- 4.5. Steghohlleiter und Finline (geschirmte Schlitzleitung)
- 4.6. Weitverkehrs-Rundhohlleiter

**5. OBERFLÄCHEN-WELLEN**

- 5.1. Ebene Oberflächenwellen, Modenspektrum
- 5.2. Die Harms-Goubau-Leitung ( $E_{01}$ )
- 5.3. Der dielektrische Stab ( $HE_{11}$ )
- 5.4. Die dielektrische Bildleitung (Dielectric Image Line)

**6. LECKWELLEN**

- 7. PERIODISCHE STRUKTUREN
- 8. LEITUNGSRESONATOREN

Die Konusleitung

Feldstärken:

$$\underline{E}_\theta = \frac{U_o}{r \cdot \sin \theta} \cdot e^{-j\beta r}$$

$$\underline{H}_\phi = \frac{U_o / Z_F}{r \cdot \sin \theta} \cdot e^{-j\beta r}$$

Feldwellenwiderstand:

$$\frac{\underline{E}_\theta}{\underline{H}_\phi} = Z_F = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}$$

Strom und Spannung:

$$U = U_o \cdot \ln \frac{\tan(\theta_2/2)}{\tan(\theta_1/2)}$$

$$I = 2\pi U_o / Z_F$$

$$\frac{U}{I} = Z_L$$

Leitungswellenwiderstand:

$$Z_L = \frac{Z_0}{2\pi\sqrt{\epsilon_r}} \cdot \ln \frac{\tan(\theta_2/2)}{\tan(\theta_1/2)}$$

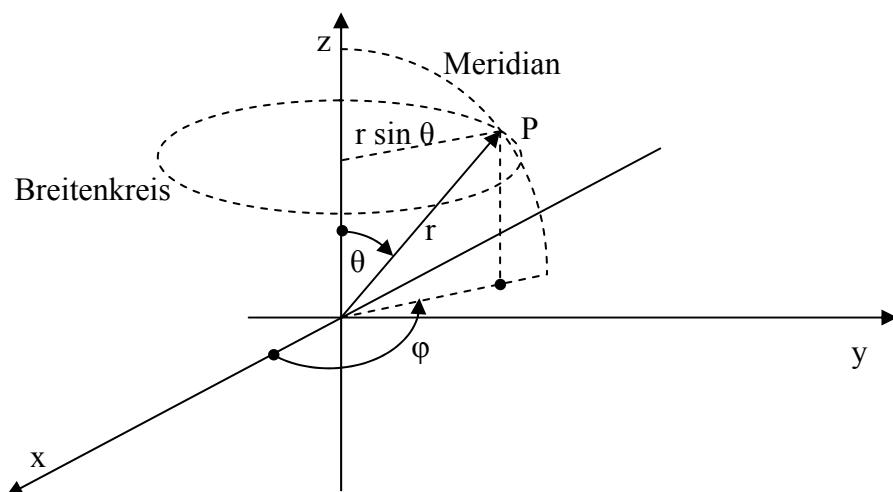
$$\theta_2 = 90^\circ :$$

$$Z_L = \frac{60\Omega}{\sqrt{\epsilon_r}} \cdot \ln [\cot(\theta_1/2)]$$

$$\theta_2 = \pi - \theta_1 :$$

$$Z_L = \frac{120\Omega}{\sqrt{\epsilon_r}} \cdot \ln [\cot(\theta_1/2)]$$

Kugelkoordinaten:

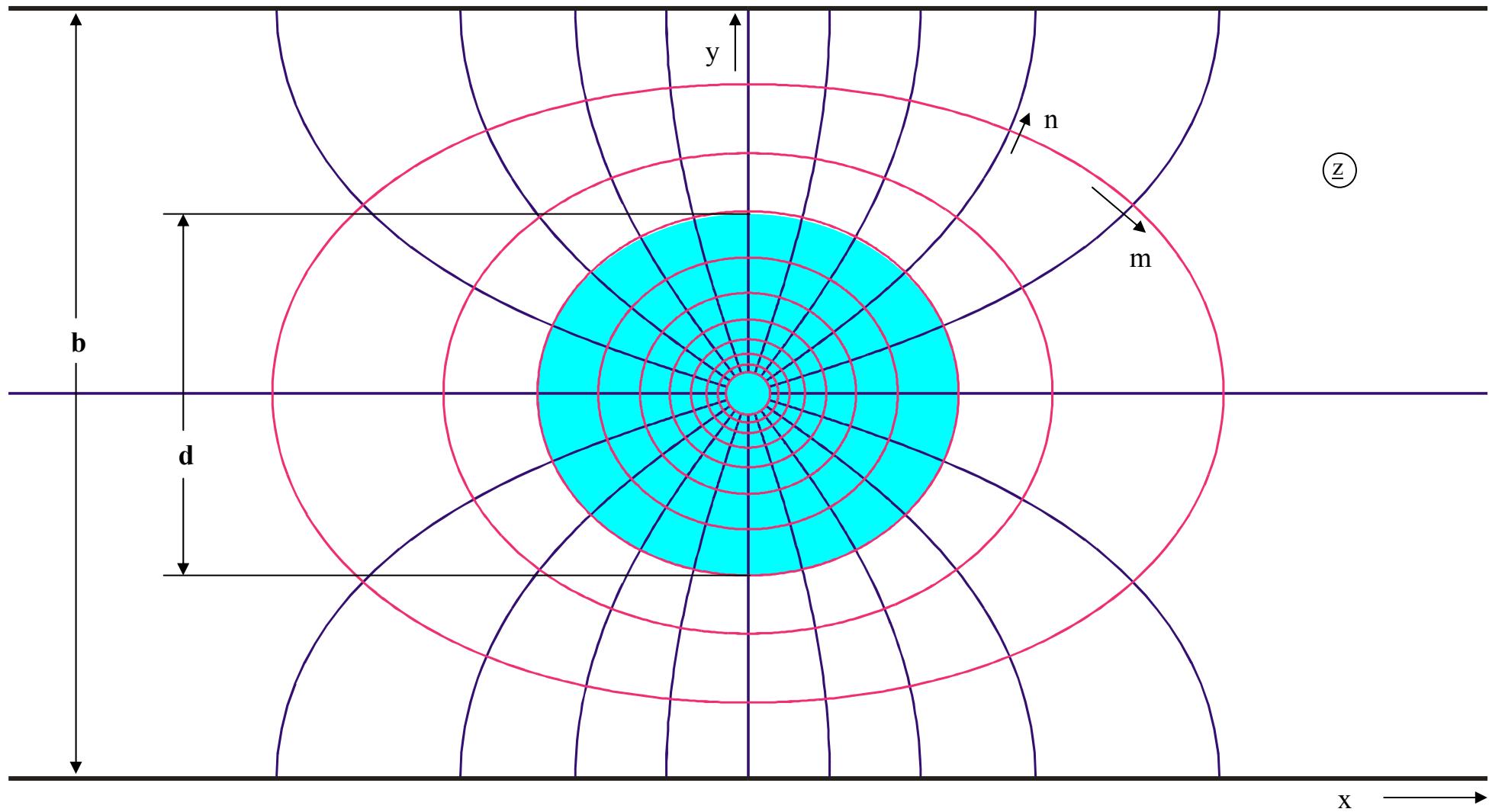


## Round Triplate

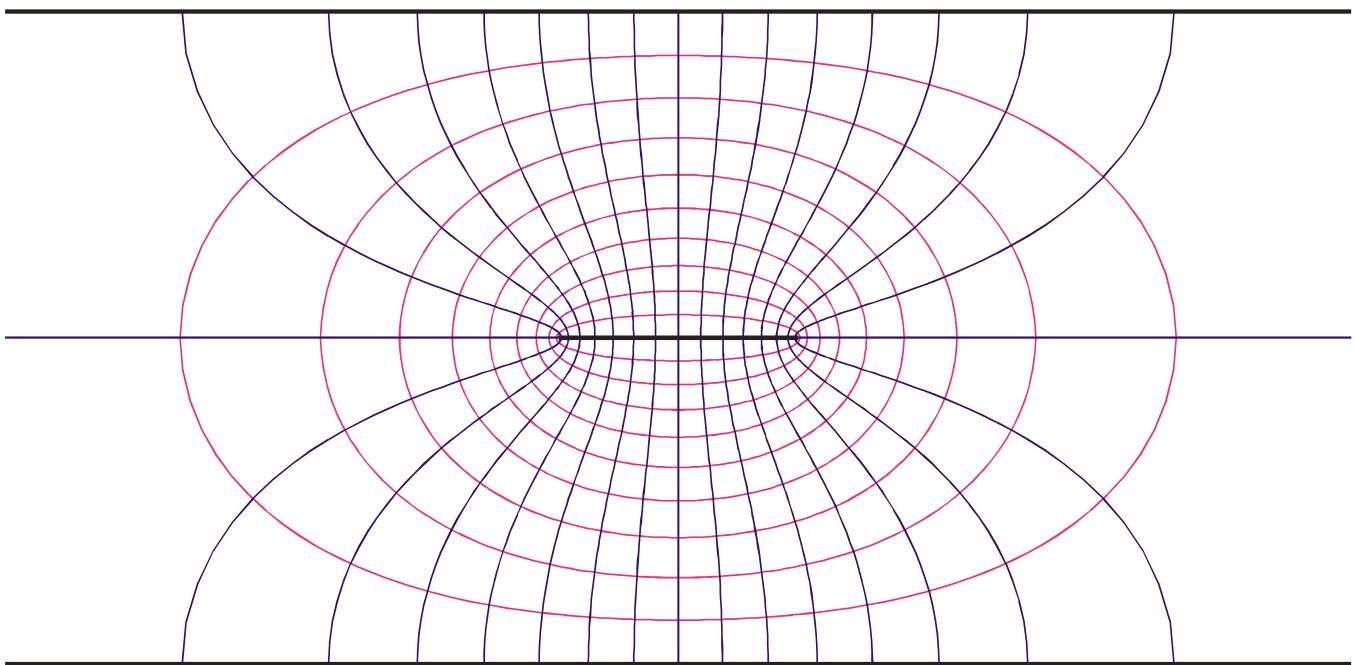
$$Z_L = \frac{Z_0}{\sqrt{\epsilon_r}} \frac{n}{m}$$

$$\text{Abbildungsfunktion: } z = \frac{b}{\pi} \ln \tan \left( \frac{w\pi}{2} - \frac{\pi}{4} \right)$$

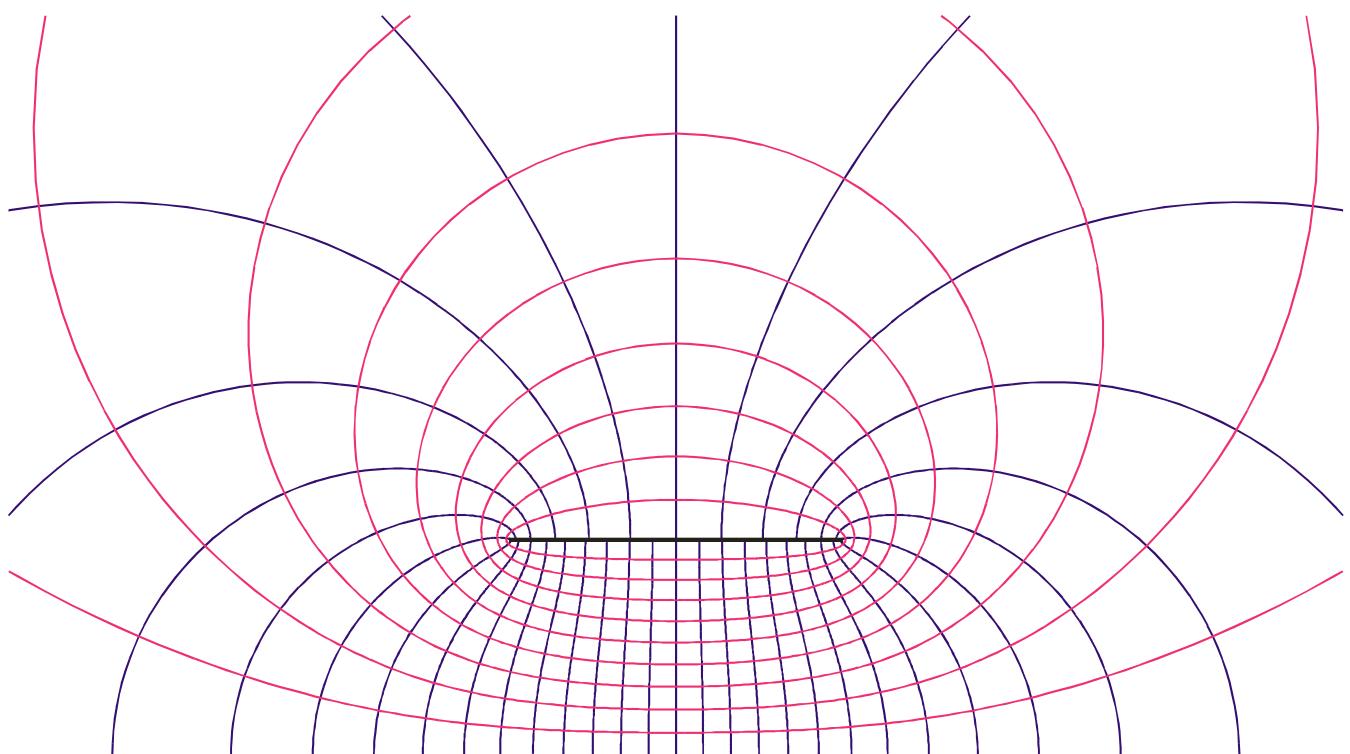
$$Z_L = \frac{Z_0}{2\pi\sqrt{\epsilon_r}} \operatorname{arsinh} \cot \left( \frac{d\pi}{2b} \right)$$



Feldbild einer Streifenleitung mit  $Z_{L0} = Z_0 \cdot 10/32 = 118 \Omega$



Feldbild einer Microtripleitung mit  $Z_{L0} = Z_0 \cdot 10/36 = 105 \Omega$



Elliptische Integrale I

k : Modul

$$k^2 + k'^2 = 1$$

k<sub>c</sub> = k' : komplementärer Modul

m : Parameter

$$m = k^2; \quad m_1 = k'^2$$

$$F_1(t, k) = \int_0^t \frac{dt}{\sqrt{(1-t^2)(1-k^2t^2)}}$$

elliptisches Integral 1. Art

$$E_1(t, k) = \int_0^t \frac{\sqrt{1-k^2t^2}}{\sqrt{1-t^2}} dt$$

elliptisches Integral 2. Art

$$\Pi(n, t, k) = \int_0^t \frac{dt}{(1-nt^2)\sqrt{(1-t^2)(1-k^2t^2)}}$$

elliptisches Integral 3. Art

-∞ &lt; n &lt; +∞; n reell

φ: Amplitude

$$t = \sin \varphi$$

α: Modulwinkel

$$k = \sin \alpha$$

$$F_1(\varphi, \alpha) = \int_0^\varphi \frac{d\varphi}{\sqrt{1-\sin^2 \alpha \sin^2 \varphi}}$$

elliptisches Integral 1. Art

$$E_1(\varphi, \alpha) = \int_0^\varphi \sqrt{1-\sin^2 \alpha \sin^2 \varphi} \ d\varphi$$

elliptisches Integral 2. Art

$$\Pi(n, \varphi, \alpha) = \int_0^\varphi \frac{d\varphi}{(1-n \sin^2 \varphi) \sqrt{1-\sin^2 \alpha \sin^2 \varphi}}$$

elliptisches Integral 3. Art

## Elliptische Integrale II

$$K(k) = F_1(t = 1, k) = F_1(\varphi = \frac{\pi}{2}, k)$$

vollständiges ellipt. Integral 1. Art

$$E(k) = E_1(t = 1, k) = E_1(\varphi = \frac{\pi}{2}, k)$$

vollständiges ellipt. Integral 2. Art

$$\Pi(n, k) = \Pi(n, t = 1, k) = \Pi(n, \varphi = \frac{\pi}{2}, k)$$

vollständiges ellipt. Integral 3. Art

$$K'(k) = K(k')$$

$E'(k) = E(k')$

---

$E_1(\varphi, \alpha)$  ergibt sich bei der Berechnung der Bogenlänge einer Ellipse als Funktion des Mittelpunktwinkels  $\varphi$ ;  $\alpha = f(a, b)$ .

---

Für  $0 < k < 1$  bzw.  $0 < k' < 1$  sind  $K$ ,  $K'$ ,  $E$ ,  $E'$  und  $\Pi(n, k)$  reell.

$t$  und  $\varphi$  sind im allgemeinen komplex;  $k, k' > 1$  ist möglich.

$$F_1(n\pi \pm \varphi, k) = 2nK \pm F_1(\varphi, k) \quad F_1(u + 2K) = F_1(u) + 2K$$

$$E_1(n\pi \pm \varphi, k) = 2nE \pm E_1(\varphi, k) \quad E_1(u + 2K) = E_1(u) + 2E$$


---

Sonderfälle:

$$F_1(t, k = 0) = E_1(t, k = 0) = \arcsin t = \varphi$$

$$F_1(t, k = 1) = \operatorname{artanh} t$$

$$E_1(t, k = 1) = t = \sin \varphi$$

## Elliptische Funktionen

Die Jakobischen Elliptischen Funktionen  $\text{sn}(z)$ ,  $\text{cn}(z)$  und  $\text{dn}(z)$  sind doppelt-periodische Funktionen.  $z$  ist im allgemeinen komplex.

$$\begin{array}{ll} \text{sn } z = \text{sn } (z, k) & \text{Periode } 4 K \text{ und } j2 K' \\ \text{cn } z = \text{cn } (z, k) & \text{Periode } 4 K \text{ und } 2 K + j2 K' \\ \text{dn } z = \text{dn } (z, k) & \text{Periode } 2 K \text{ und } j4 K' \end{array}$$


---

$$\begin{array}{ll} \text{sn } (u, k) = \sin \varphi = t & \text{sn}^2 z + \text{cn}^2 z = 1 \\ \text{cn } (u, k) = \cos \varphi & \text{dn}^2 z = 1 - k^2 \text{sn}^2 z \end{array}$$

$$\text{dn } (u, k) = \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \varphi}$$

$$u = F_1(t, k) \Rightarrow t = \text{sn}(u, k) \quad \text{Umkehrfunktion des ellipt. Integrals 1. Art}$$


---

Jakobische Amplitude:

$$\begin{array}{ll} u = F_1(\varphi, k) \Rightarrow \varphi = \text{am}(u, k) & \text{Umkehrfunktion des ellipt. Integrals 1. Art} \\ \text{am}(u \pm j4K', k) = \text{am}(u, k) & \text{einfach periodische Funktion} \end{array}$$


---

$$\begin{array}{lll} \text{Sonderfälle: } k = 0: & \text{sn } z = \sin z & k = 1: & \text{sn } z = \tanh z \\ & \text{cn } z = \cos z & & \text{cn } z = 1/\cosh z \\ & \text{dn } z = 1 & & \text{dn } z = 1/\cosh z \end{array}$$


---

Jakobische Zeta-Funktion:

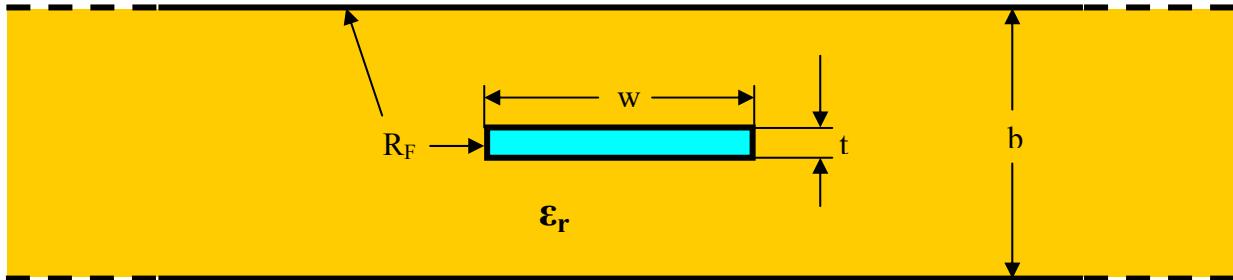
$$\begin{aligned} Z(u, k) &= E_1(u, k) - u \frac{E(k)}{K(k)} \\ Z(u, k) &= -Z(-u, k) \\ Z(u) &= Z(u \pm 2K) \quad \text{einfach periodische Funktion} \end{aligned}$$


---

Sonderfälle:

$$\begin{array}{ll} k = 0: & Z(u, 0) = 0 \\ k = 1: & Z(u, 1) = \tanh u \end{array}$$

## Streifenleitung (Stripline)



Näherungen für dünne Streifen ( $t \approx 0$ ) (Fehler  $< 2,4 \cdot 10^{-3}$ ):

$$Z_L = \frac{Z_0}{2\pi\sqrt{\epsilon_r}} \ln \left\{ 2 \coth \left( \frac{w\pi}{4b} \right) \right\} \quad \text{für } Z_L \cdot \sqrt{\epsilon_r} \geq Z_0 / 4$$

$$Z_L = \frac{Z_0}{\sqrt{\epsilon_r}} \cdot \frac{\pi}{8} \cdot \frac{1}{\frac{w\pi}{2b} + \ln 2} \quad \text{für } Z_L \cdot \sqrt{\epsilon_r} \leq Z_0 / 4$$

Näherungen für endliche Streifendicke  $t$  (Bedingung  $t \leq b/4$ ) (Fehler  $< 1,3 \%$ ):

$$Z_L = \frac{Z_0}{2\pi\sqrt{\epsilon_r}} \cdot \ln \left( \frac{4b}{d_0\pi} \right) \quad \text{für } w \leq 0,35(b-t)$$

$$\text{mit } d_0 = \frac{w}{2} \left\{ 1 + \frac{t}{\pi w} \left[ 1 + \ln(4\pi w/t) + 0,51(t/w)^2 \right] \right\} \quad (\text{äquival. runder Innenleiter})$$

$$Z_L = \frac{Z_0}{4\sqrt{\epsilon_r}} \left/ \left\{ x \left[ \frac{w}{b} + \frac{2}{\pi} \cdot \ln(1+x) - \frac{t}{\pi b} \cdot \ln \left( \frac{t}{b} x (1+x) \right) \right] \right\} \right. \quad \text{für } w \geq 0,35(b-t)$$

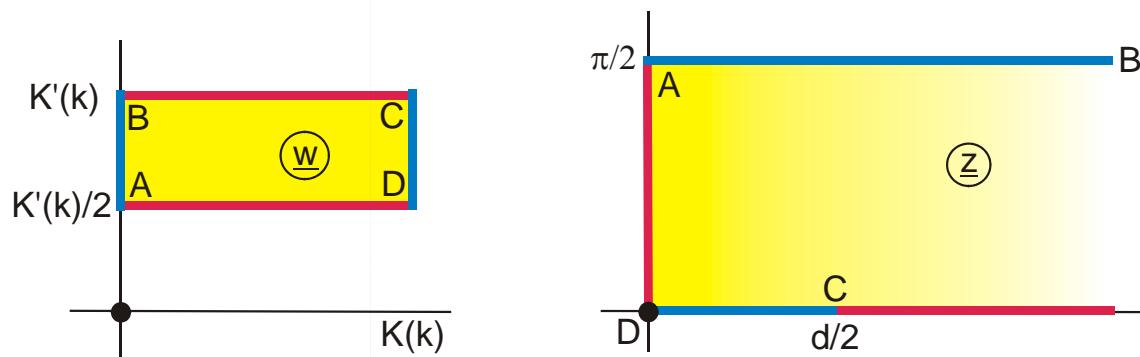
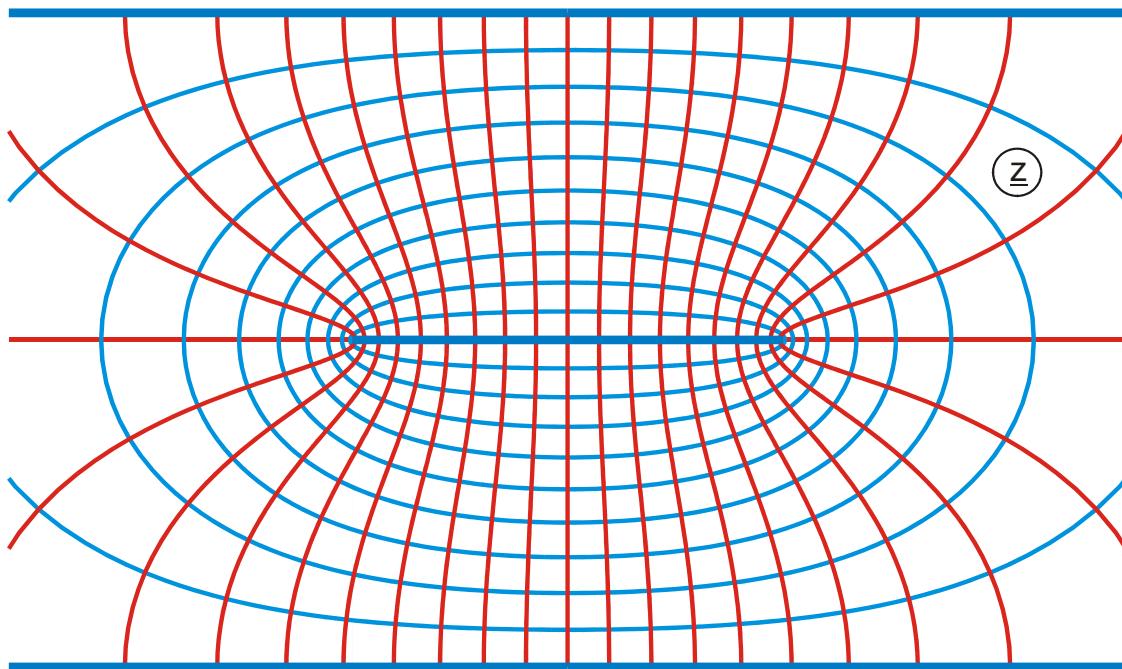
$$\text{mit } x = \frac{1}{1-t/b}$$

Näherungen für Leiterverluste (Bedingung  $t \leq b/4$ ):

$$\alpha_L = \frac{R_F}{2bZ_L\pi} \left\{ 1 + \frac{b}{d_0} \left[ \frac{1}{2} + 0,444 \frac{t}{w} + \frac{\pi}{2} \ln \frac{4\pi w}{t} \right] \right\} \quad \text{für } w \leq 0,35(b-t)$$

$$\alpha_L = \frac{4\epsilon_r R_F Z_L}{b \cdot Z_0^2} \left\{ x + x^2 \left( \frac{2w}{b} + \frac{1+t/b}{\pi} \cdot \ln \frac{x+1}{x-1} \right) \right\} \quad \text{für } w \geq 0,35(b-t)$$

## Konforme Abbildung: Streifenleitung



**Abbildungsfunktion:**

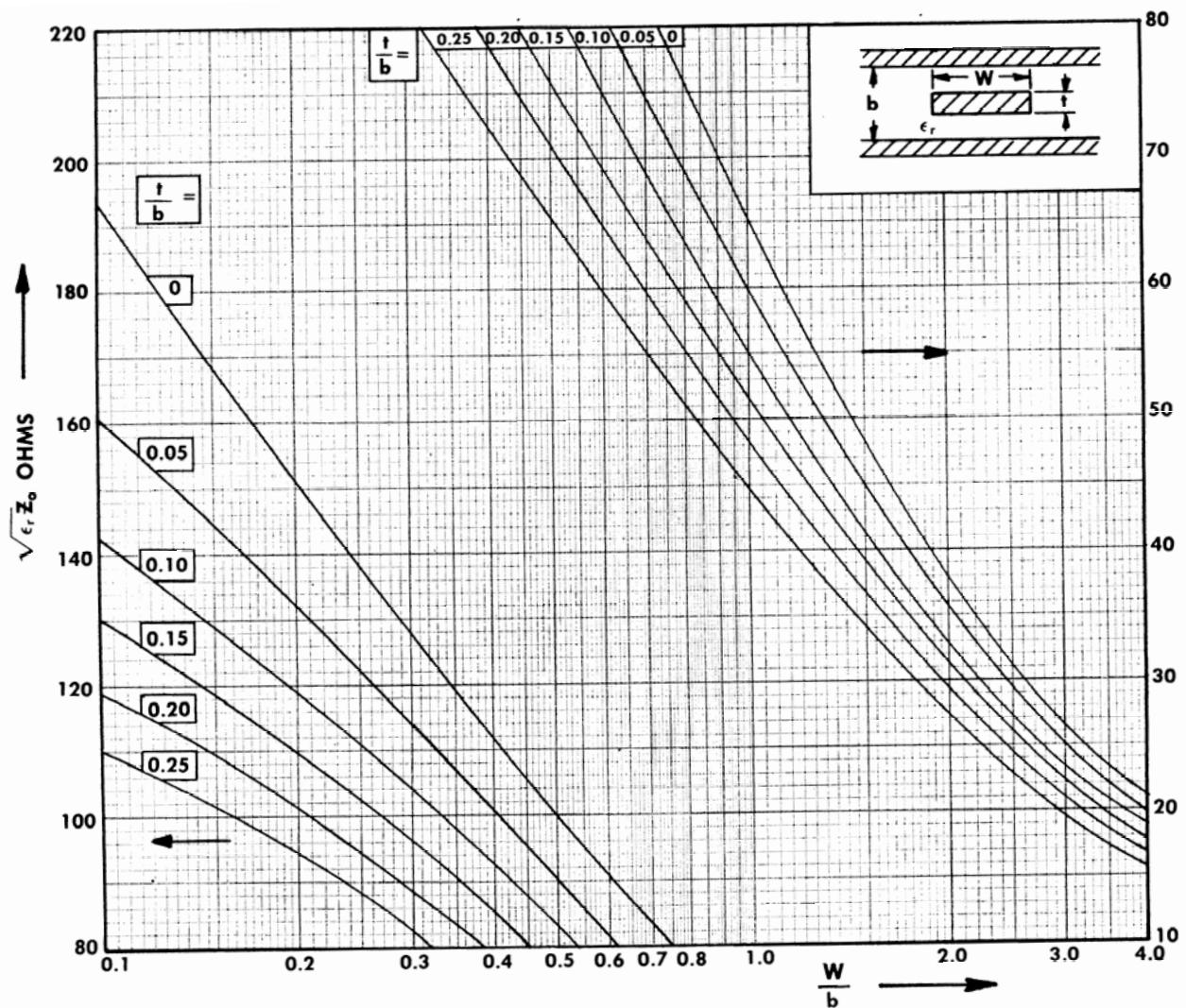
$$z = \ln \operatorname{sn}(w, k) - d/2$$

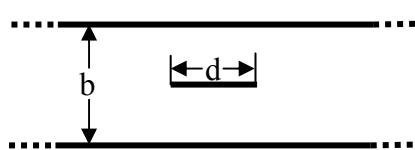
$$k = \exp(-d)$$

$$0 \leq u \leq K(k)$$

$$K'(k)/2 \leq v \leq K'(k)$$

Leitungswellenwiderstand einer Streifenleitung  
als Funktion der Breite w des Leiterstreifens  
für verschiedene Streifendicken t [26]



TEM-Wellenleiter mit planaren Leitern**Streifenleitung**

konforme Abbildung I:  $z = \frac{b}{2\pi} \ln \left( \frac{1}{k \cdot \operatorname{sn}^2 w} \right)$

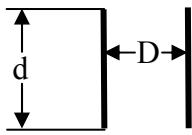
$$Z_L = \frac{Z_0}{\sqrt{\epsilon_r}} \cdot \frac{K}{2K}; \quad k = e^{-d\pi/b}$$

konforme Abbildung II:  $z = \frac{b}{\pi} \ln \frac{1 - \operatorname{sn} w}{1 + \operatorname{sn} w}$

$$Z_L = \frac{Z_0}{\sqrt{\epsilon_r}} \cdot \frac{K}{4K}; \quad k = 1/\left[ \cosh \frac{d\pi}{2b} \right]$$

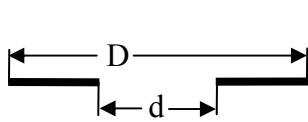
andere Schreibweise:

$$Z_L = \frac{Z_0}{\sqrt{\epsilon_r}} \cdot \frac{K'}{4K}; \quad k = \tanh \frac{d\pi}{2b}$$

**Parallelplattenleitung, (Microstrip-Leitung ohne Dielektrikum)**

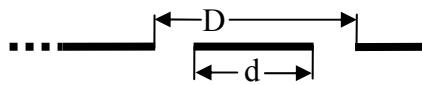
konforme Abbildung:  $z = \frac{KD}{\pi} \cdot Z(w + jK') + jD/2$

$$Z_L = \frac{Z_0}{\sqrt{\epsilon_r}} \cdot \frac{K'}{K}; \quad d = 2DKZ_{\max}/\pi$$

keine explizite Gleichung  $k = f(d/D)$  angebbar

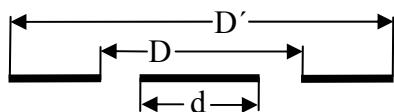
$$Z_L = \frac{Z_0}{\sqrt{\epsilon_r}} \cdot \frac{K}{K'}; \quad k = d/D$$

konforme Abbildung:  $z = \frac{d}{2} \cdot \operatorname{sn} w$

**Koplanar-Leitung**

$$Z_L = \frac{Z_0}{4\sqrt{\epsilon_r}} \cdot \frac{K'}{K}; \quad k = d/D$$

konforme Abbildung:  $z = \frac{d}{2} \cdot \operatorname{sn} w$

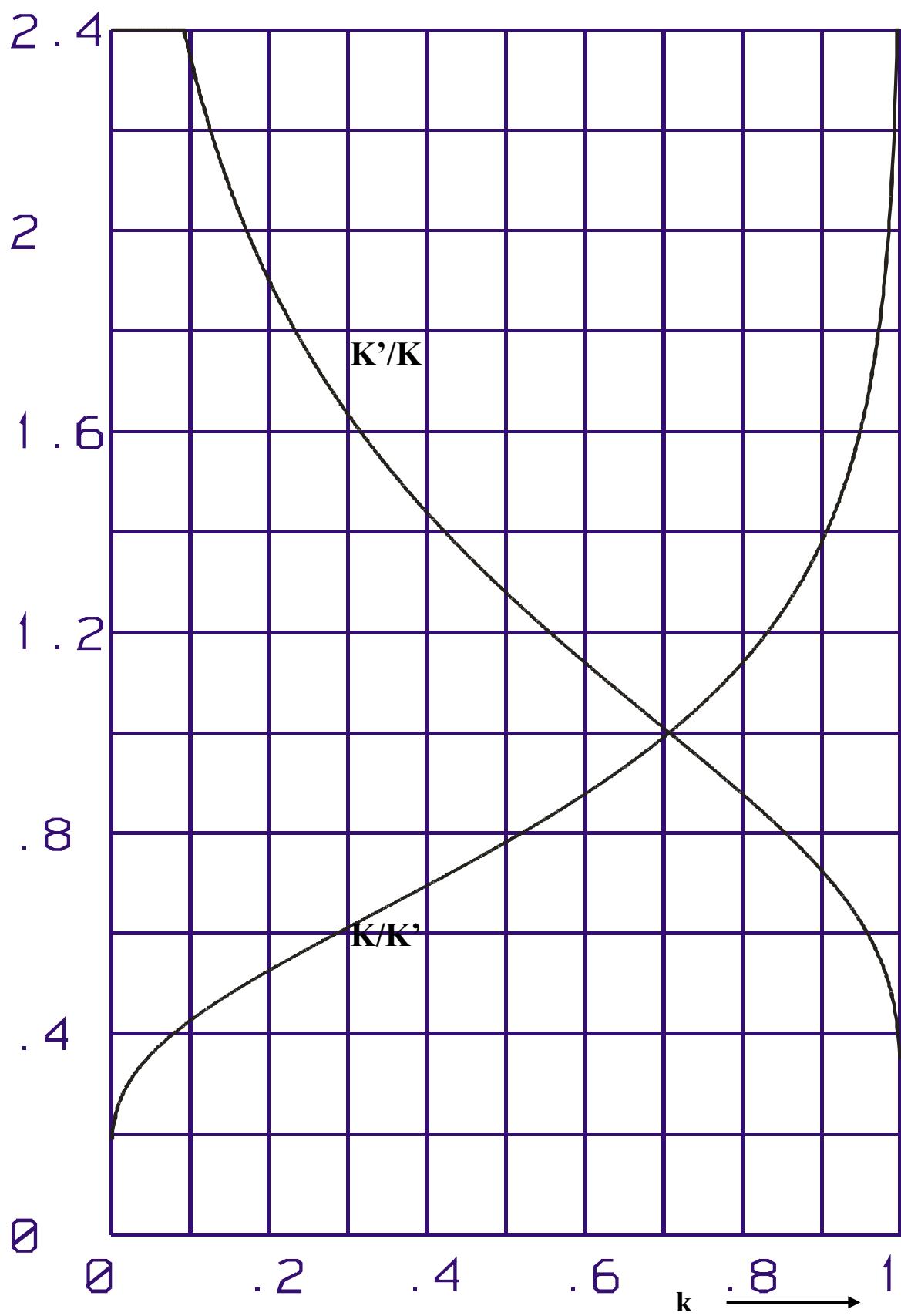


$$Z_L = \frac{Z_0}{4\sqrt{\epsilon_r}} \cdot \frac{K'}{K}; \quad k = \sqrt{\frac{1 - (D'/D)^2}{1 - (D'/d)^2}}$$

Näherung für  $K/K'$  mit einem Fehler unter  $3 \cdot 10^{-6}$  ( $k \neq 0, 1$ ):

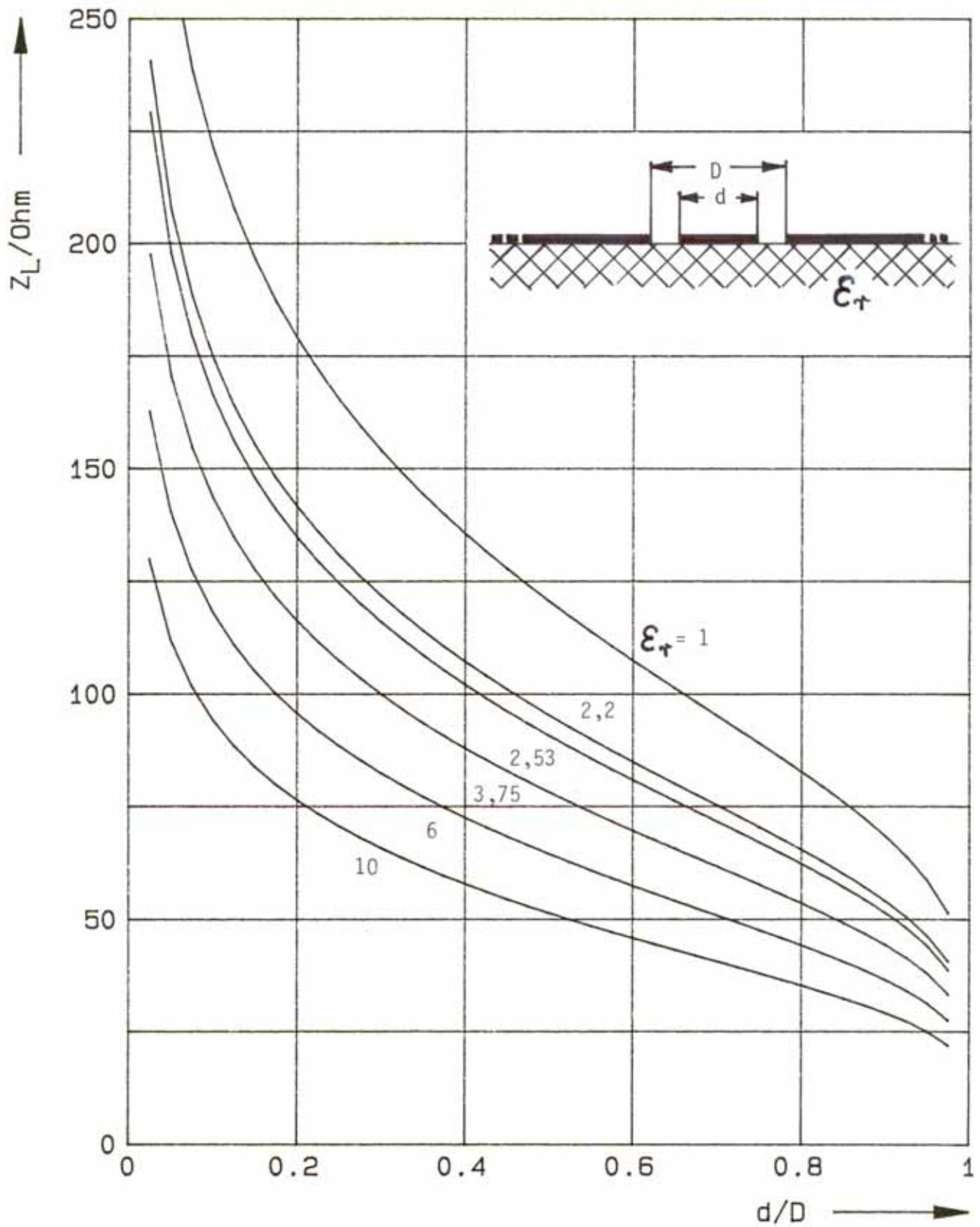
$$K/K' = \frac{1}{\pi} \ln \left\{ 2 \cdot \frac{1 + \sqrt{k}}{1 - \sqrt{k}} \right\} \quad k = \left( \frac{e^{\pi K/K'} - 2}{e^{\pi K/K'} + 2} \right)^2 \quad \text{für } k > 1/\sqrt{2}$$

$$K/K' = 1 / \left[ \frac{1}{\pi} \ln \left\{ 2 \cdot \frac{1 + \sqrt{k'}}{1 - \sqrt{k'}} \right\} \right] \quad k = \sqrt{1 - \left( \frac{e^{\pi K'/K} - 2}{e^{\pi K'/K} + 2} \right)^2} \quad \text{für } k < 1/\sqrt{2}; k' = \sqrt{1 - k^2}$$

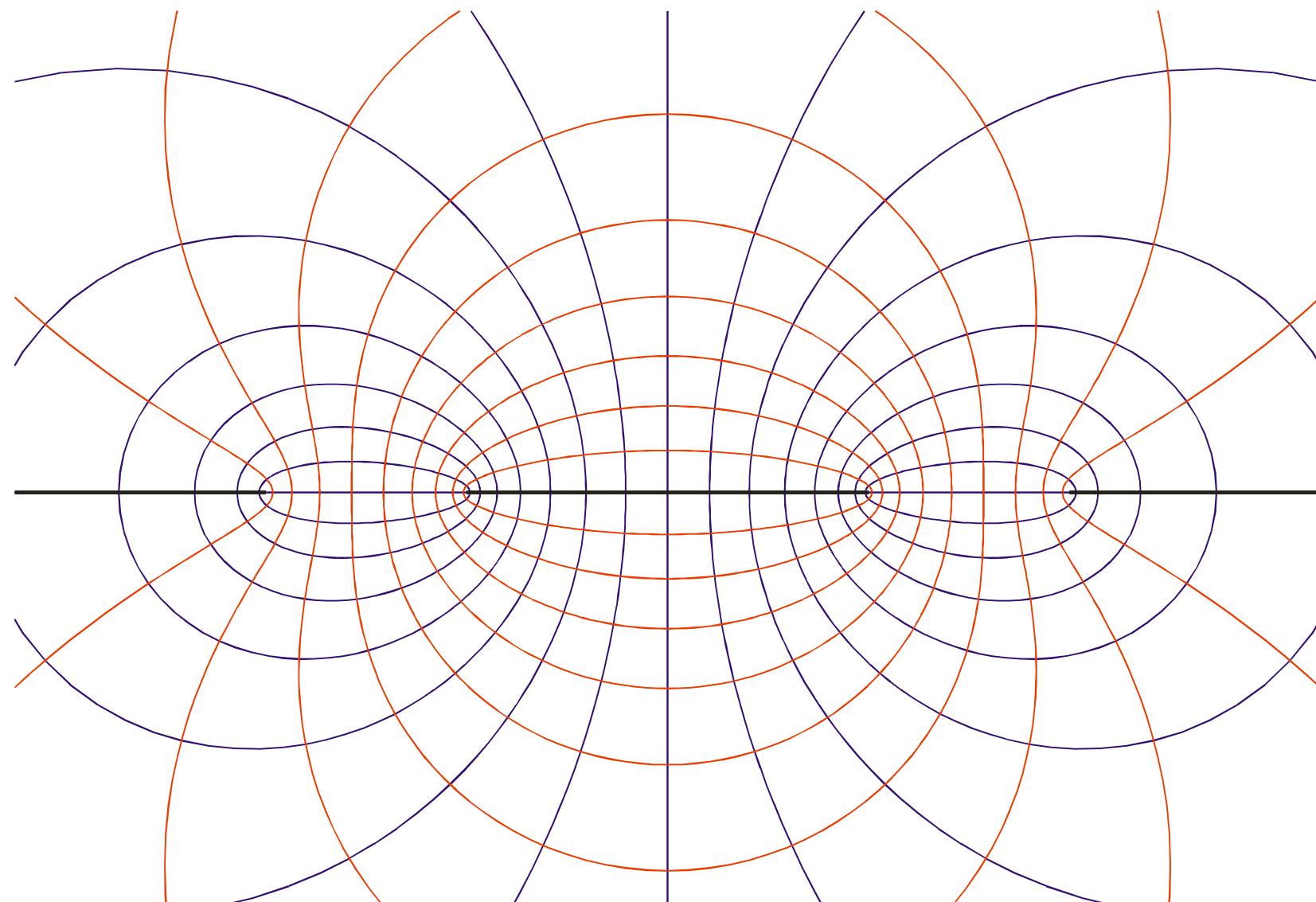


$K$ : vollständiges elliptisches Integral 1. Art als Funktion des Moduls  $k$   
$$K'(k) = K(k' = \sqrt{1-k^2})$$

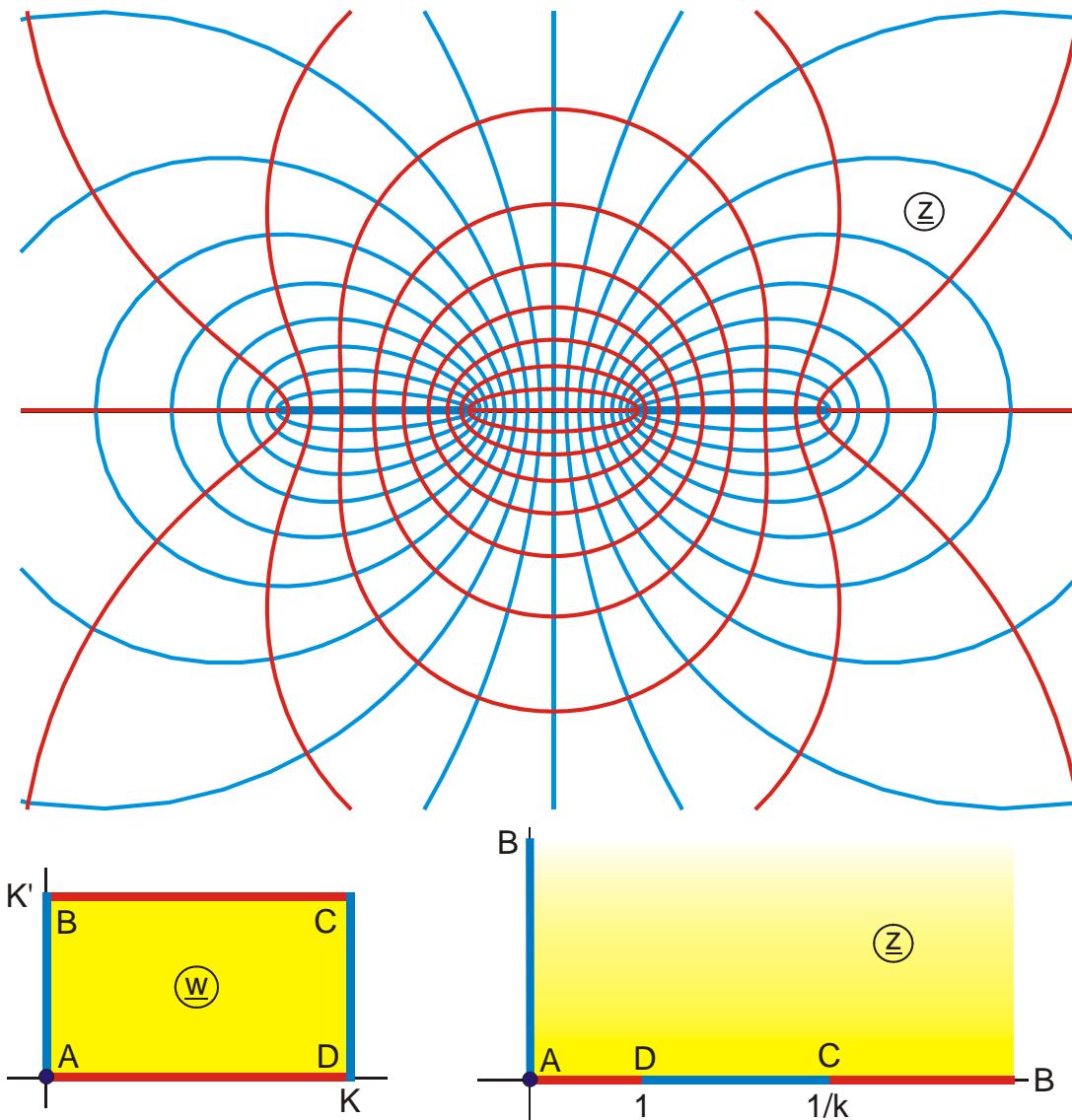
## Die Koplanarleitung



Elektrische und magnetische Feldlinien einer Koplanarleitung,  $d/D = 0,5$ ,  $Z_L = 118 \Omega$



## Konforme Abbildung: Koplanarleitung ohne Dielektrikum



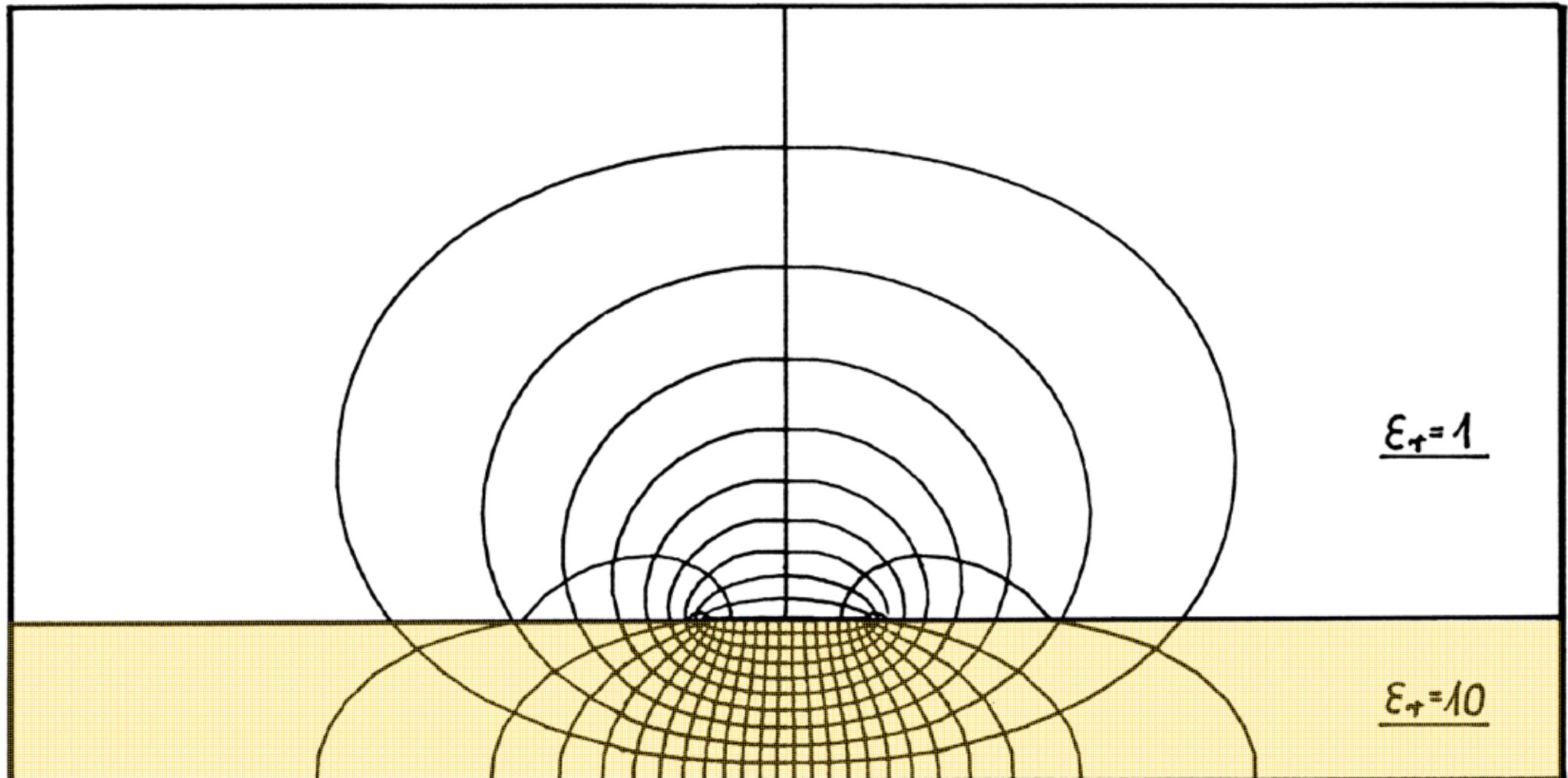
**Abbildungsfunktion:**

$$z = \operatorname{sn}(w, k)$$

$$0 \leq u \leq K$$

$$0 \leq v \leq K'$$

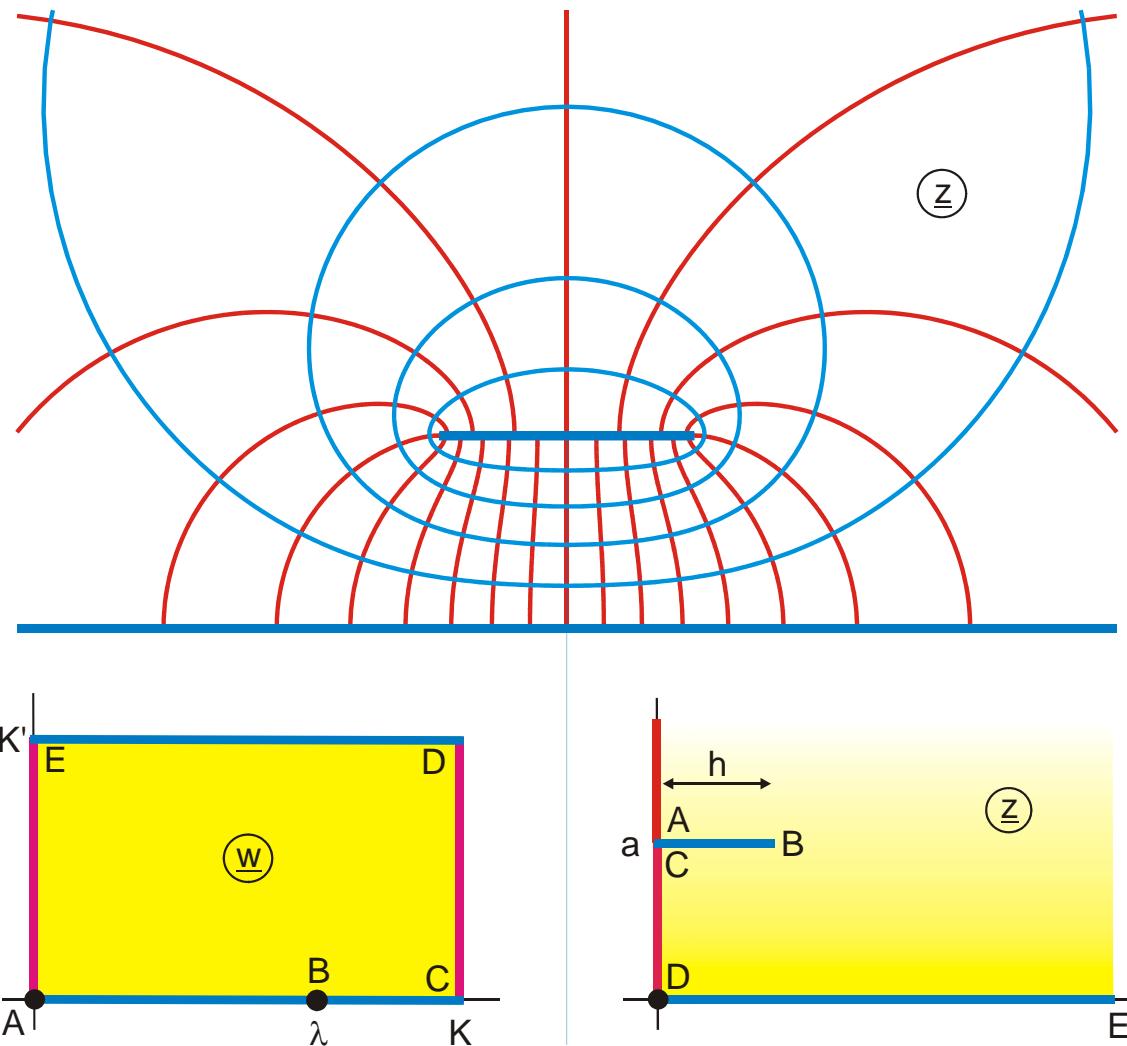
Elektrische und magnetische Feldlinien einer Microstrip-Leitung bei niedrigen Frequenzen,  
extremer Skineffekt,  $Z_L = 50 \Omega$



## Eigenschaften von Streifenleiter-Substratmaterialien (Stand 2005)

Material, Aufbau	$\epsilon_r$ bei 10 GHz	$\tan \delta$ bei 10 GHz	lin. Wärmedehnung (CTE)	Bemerkungen
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> – Keramik 99,5 %	9,8	$< 1 \cdot 10^{-4}$	$6,6 \cdot 10^{-6} / ^\circ C$	Standard-Material, hart, spröde
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> – Keramik 96 %	9,2	$9 \cdot 10^{-4}$	$6,4 \cdot 10^{-6} / ^\circ C$	$0,03 \text{ €/cm}^2$
BeO - Keramik 99,5 %	6,8	$3 \cdot 10^{-4}$	$7,5 \cdot 10^{-6} / ^\circ C$	beste Wärmeleitfähigkeit; BeO-Staub ist giftig
SiO <sub>2</sub> (Quarz)	3,78	$3 \cdot 10^{-4}$	$0,5 \cdot 10^{-6} / ^\circ C$	geringe Wärmeleitf.; < 20 nm
Saphir (einkristallines Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> )	9,4/11,6	$\leq 1 \cdot 10^{-4}$	$5 / 6,7 \cdot 10^{-6} / ^\circ C$	teuer; OF-Rauhigkeit < 20 nm
PTFE + Keramikpulver: RT/duroid 6010	10,2/10,8	$23 \cdot 10^{-4}$	$54/73 \cdot 10^{-6} / ^\circ C$	$0,24 \text{ €/cm}^2$
Epsilam 10	$\approx 10$	$\approx 20 \cdot 10^{-4}$	$11 - 23 \cdot 10^{-6} / ^\circ C$	hygroskopisch
PTFE + Mikroglasfasergespinst (random): RT/duroid 5880	$2,2 \pm 0,02$	$9 \cdot 10^{-4}$	$72/450 \cdot 10^{-6} / ^\circ C$	$0,11 \text{ €/cm}^2$
PTFE + Glasfasergewebe	$2,53 \pm 0,04$	$22 \cdot 10^{-4}$	$18/200 \cdot 10^{-6} / ^\circ C$	$0,03 \text{ €/cm}^2$ ; Gewebestruktur; geringe Formstabilität
PTFE: Cuflon	2,07	$4,5 \cdot 10^{-4}$	$120 \cdot 10^{-6} / ^\circ C$	
Thermoset $\mu\lambda$ material (TMM) Polyimid + Ceramic Filler	$3 - 13 \pm 28 \cdot 10^{-6} / ^\circ C$	$16 - 19 \cdot 10^{-4}$	$13-20 \cdot 10^{-6} / ^\circ C$	lin. Wärmedehnung wie Cu $0,5 \text{ €/cm}^2$
Liquid Crystal Polymer (LCP): R/flex 3000	2,9	$20 \cdot 10^{-4}$	$17 \cdot 10^{-6} / ^\circ C$	nicht hygroskopisch, flexibel, $\theta_{max} = 220 \text{ } ^\circ C$
Epoxidharz + Glasfasergewebe (Standard-Platinenmaterial): FR4	4,2 (3,5 – 6)	$200 \cdot 10^{-4}$ ( $40 - 450 \cdot 10^{-4}$ )	$15 \cdot 10^{-6} / ^\circ C$	wenig geeignet; $\epsilon_r = f(f)$ $0,005 \text{ €/cm}^2$

## Konforme Abbildung: Microtripleitung ohne Dielektrikum



**Abbildungsfunktion:**

$$z = Z_e(w, k) + ja$$

$$a = \pi/(2K)$$

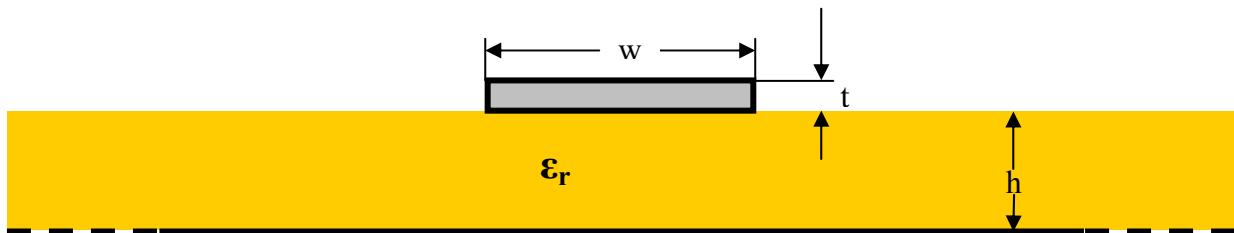
$$h = Z_e(\lambda, k)$$

$$\lambda = F_a \left( \frac{1}{k} \sqrt{1 - \frac{E}{K}}, k \right)$$

$$0 \leq u \leq K(k)$$

$$0 \leq v \leq K'(k)$$

gegeben: k

Microstripline I

Leitungswellenwiderstand für  $t = 0, \epsilon_r = 1$ :

$$Z_L(u) = \frac{Z_0}{2\pi} \ln \left[ f(u)/u + \sqrt{1 + (2/u)^2} \right]$$

$$\begin{aligned} u &= w/h \\ v &= t/h \end{aligned}$$

$$\text{mit } f(u) = 6 + (2\pi - 6) \exp \left\{ -(30,666/u)^{0,7528} \right\}$$

Effektive Dielektrizitätszahl:

$$\epsilon_{eff}(u, \epsilon_r) = 0,5(\epsilon_r + 1) + 0,5(\epsilon_r - 1)(1 + 10/u)^{-a(u)\cdot b(\epsilon_r)}$$

$$a(u) = 1 + \frac{1}{49} \ln \frac{u^4 + (u/52)^2}{u^4 + 0,432} + \frac{1}{18,7} \ln \left[ 1 + (u/18,1)^3 \right]$$

$$b(\epsilon_r) = 0,564 \left[ (\epsilon_r - 0,9)/(\epsilon_r + 3) \right]^{0,053}$$

Berücksichtigung der Dicke  $t$  des Streifens:

$$\Delta u_o = \frac{v}{\pi} \cdot \ln \left[ 1 + \frac{4e}{v \cdot \coth^2 \sqrt{6,517u}} \right]$$

$$\Delta u_\epsilon = \frac{1}{2} (1 + 1/\cosh \sqrt{\epsilon_r - 1}) \cdot \Delta u_o$$

$$u_{eff0} = u + \Delta u_o \quad u_{eff\epsilon} = u + \Delta u_\epsilon$$

$$Z_L(u, v, \epsilon_r) = Z_L(u_{eff\epsilon}) / \sqrt{\epsilon_{eff}(u_{eff\epsilon}, \epsilon_r)}$$

$$\epsilon_{eff}(u, v, \epsilon_r) = \epsilon_{eff}(u_{eff\epsilon}, \epsilon_r) \left[ Z_L(u_{eff0}) / Z_L(u_{eff\epsilon}) \right]^2$$

$$Z_{L\epsilon} = Z_L(\epsilon_r = 1) / \sqrt{\epsilon_{eff}}$$

## Microstripleitung II

Berücksichtigung der Dispersion:

$$\varepsilon_{eff}(f) = \varepsilon_r - \frac{\varepsilon_r - \varepsilon_{eff}(0)}{1 + G \cdot (f/f_p)^2}$$

$$\text{mit } f_p = Z_L / (2\mu_0 h) \quad \text{und} \quad G = \frac{\pi^2}{12} \cdot \frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_{eff}(0)} \sqrt{\frac{2Z_L \pi}{Z_0}}$$

$$Z_L(f) = Z_L(0) \sqrt{\frac{\varepsilon_{eff}(0)}{\varepsilon_{eff}(f)}} \cdot \frac{\varepsilon_{eff}(f) - 1}{\varepsilon_{eff}(0) - 1}$$

Näherungen für die Dämpfung:

$$Q_D = \left\{ 1 - q + q \cdot \varepsilon_r \right\} / \left\{ q \cdot \varepsilon_r \cdot \tan \delta \right\} = 1 / (\tan \delta)_{eff}$$

mit  $q = (\varepsilon_{eff} - 1) / (\varepsilon_r - 1)$

$$Q_L = u \cdot \pi \cdot Z_L \cdot h \cdot f / (K \cdot R_F \cdot c_o)$$

mit  $K = \exp \left[ -1,2(Z_L(u)/Z_0)^{0,7} \right]$

$$1/Q_{ges} = 1/Q_D + 1/Q_L$$

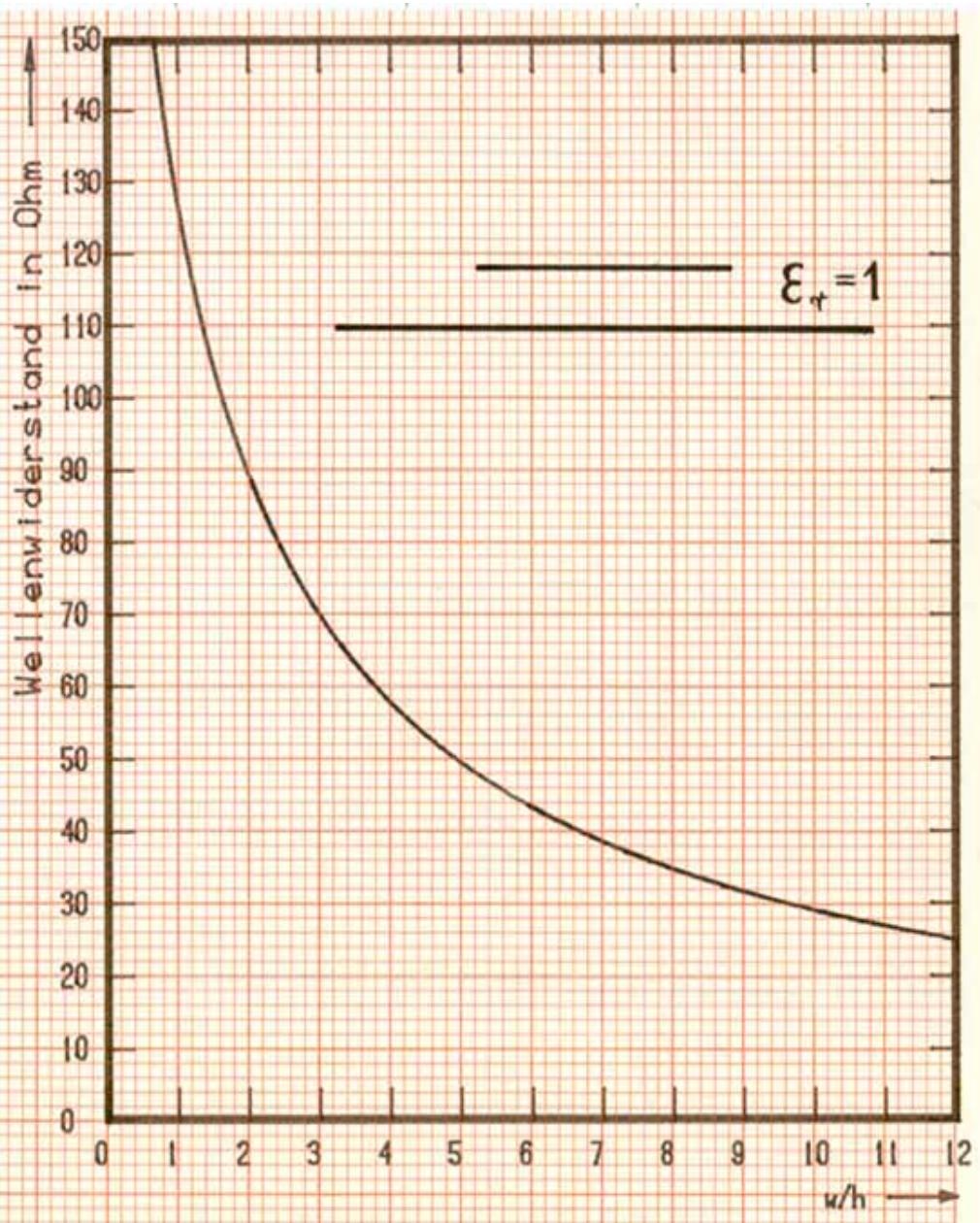
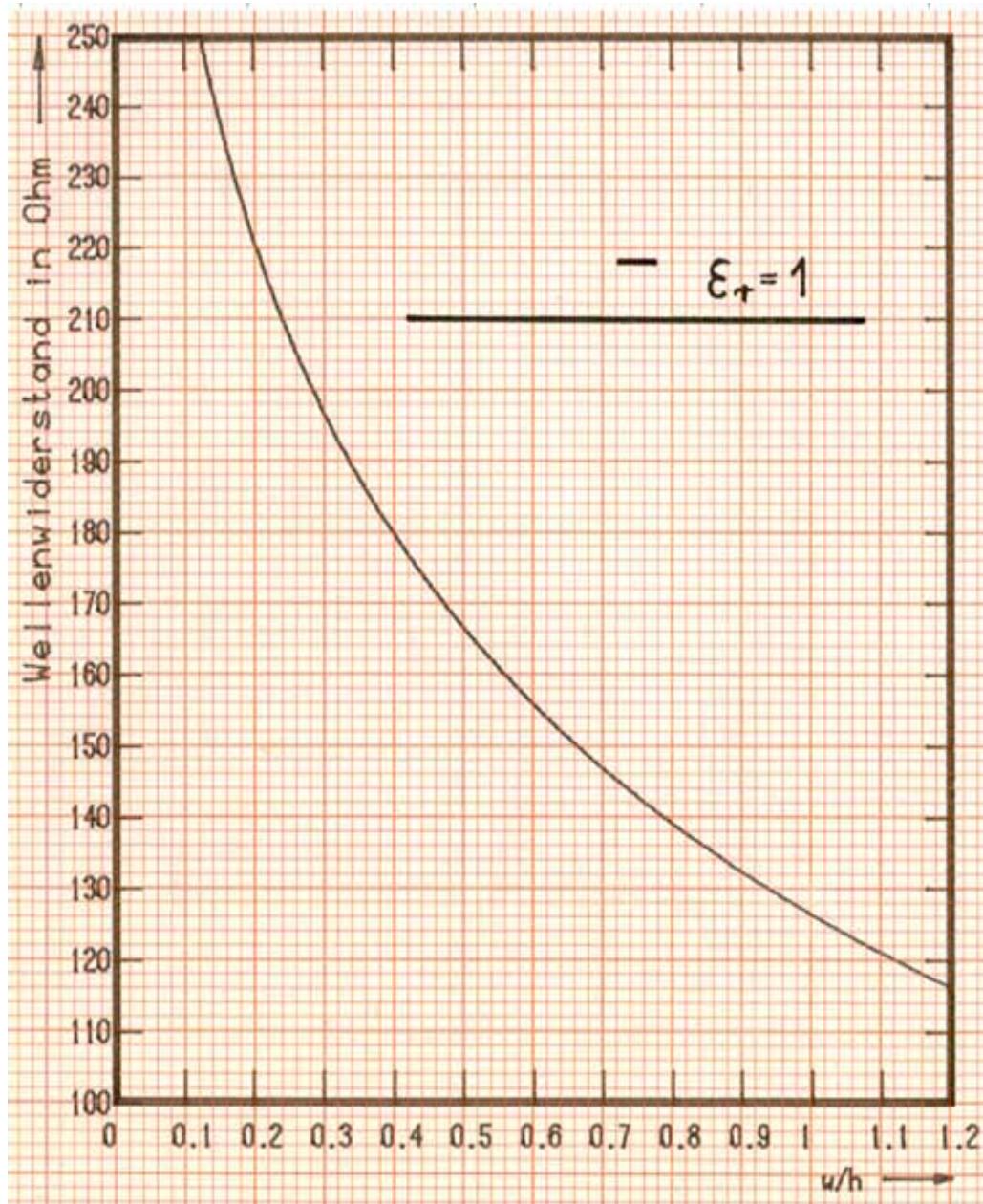
$$\alpha / \frac{dB}{m} = \frac{20}{\ln 10} \cdot \frac{\pi \cdot f \cdot \sqrt{\varepsilon_{eff}}}{Q_{ges} \cdot c_o}$$

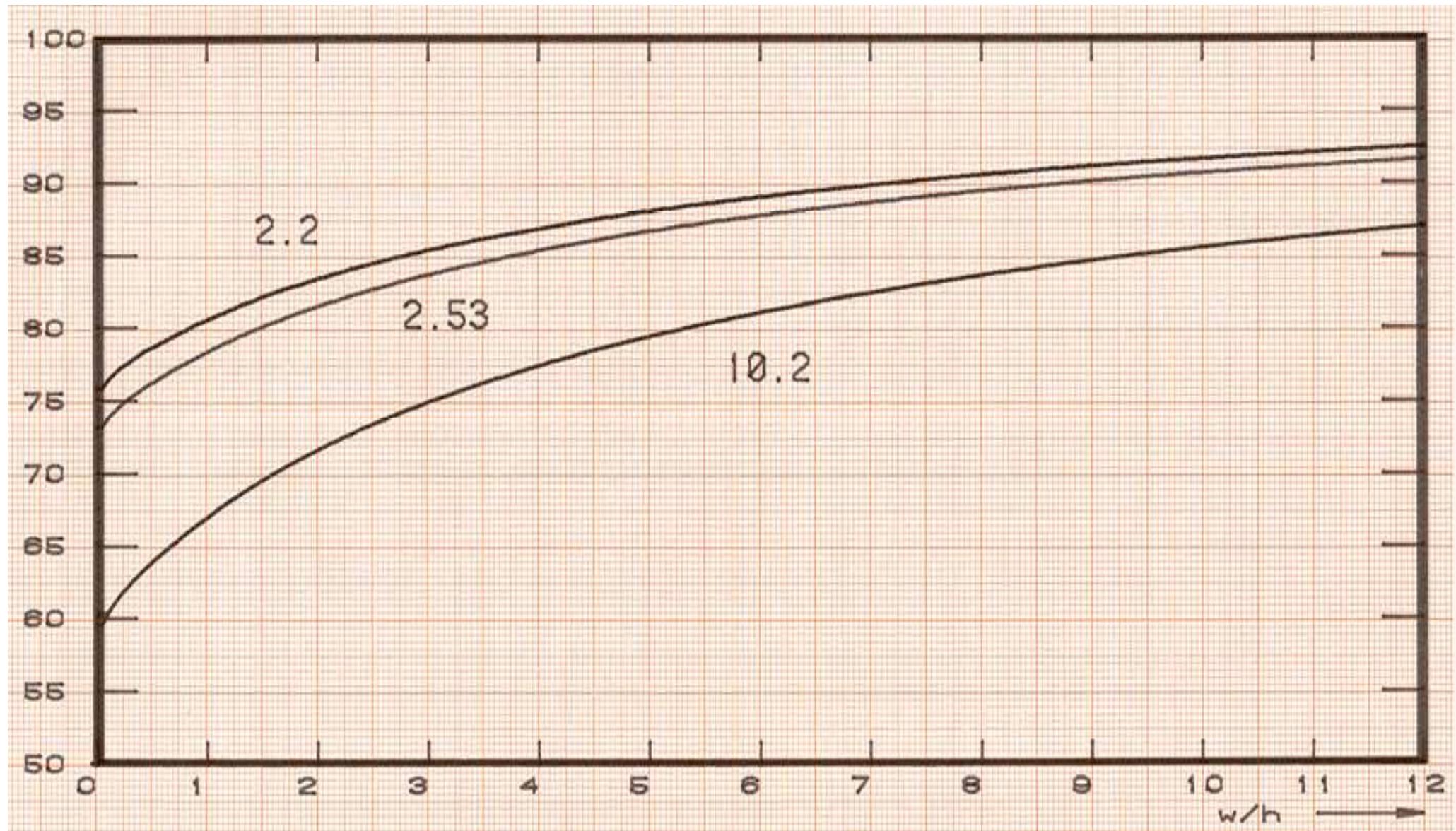
Einfachere Gleichungen für  $2 < \varepsilon_r < 10$  und  $0,1 < u < 10$ :

$$\left. \begin{aligned} Z_L &= \frac{Z_0}{2\pi} \ln \left( \frac{8}{u} + \frac{u}{4} \right) && \text{für } w \leq h \\ Z_L &= Z_0 / \left[ u + 2,42 - \frac{0,44}{u} + \left( 1 - \frac{1}{u} \right)^6 \right] && \text{für } w \geq h \end{aligned} \right\} \quad \text{für } \varepsilon_r = 1$$

$$\varepsilon_{eff} = \frac{\varepsilon_r + 1}{2} + \frac{\varepsilon_r - 1}{2} / \sqrt{1 + \frac{10}{u}} \quad Z_{Le} = Z_L(\varepsilon_r = 1) / \sqrt{\varepsilon_{eff}}$$

$$u_{eff} = u + \frac{v}{\pi} \left( 1 + \ln \frac{2x}{t} \right) \quad \text{mit:} \quad \left\{ \begin{array}{l} x = h \quad \text{für} \quad w > \frac{h}{2\pi} > 2t \\ x = 2\pi w \quad \text{für} \quad \frac{h}{2\pi} > w > 2t \end{array} \right.$$



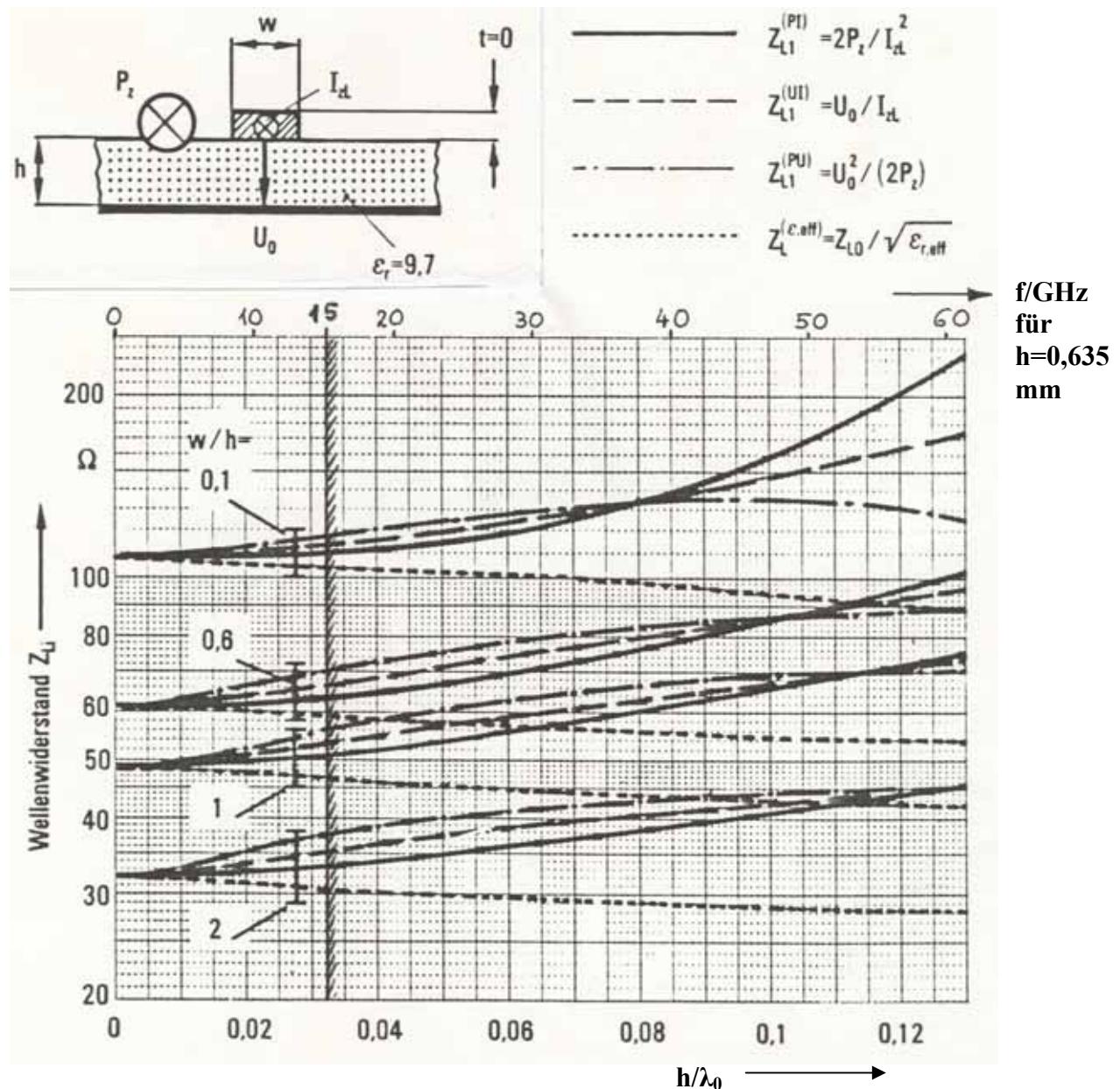


$\epsilon_{eff}/\epsilon_r$  einer Microstrip-Leitung in % für  $\epsilon_r = 2.2, 2.53$  und  $10.2$

## 1. Leitungswellenwiderstand einer Microstrip-Leitung unter Berücksichtigung der Dispersion der $\underline{E}\underline{H}_0$ -Welle

a) Meßtechnik:  $Z_L = Z_{L0} \frac{1-r}{1+r}$

b) Definitionen aus der Theorie der TEM-Wellen:

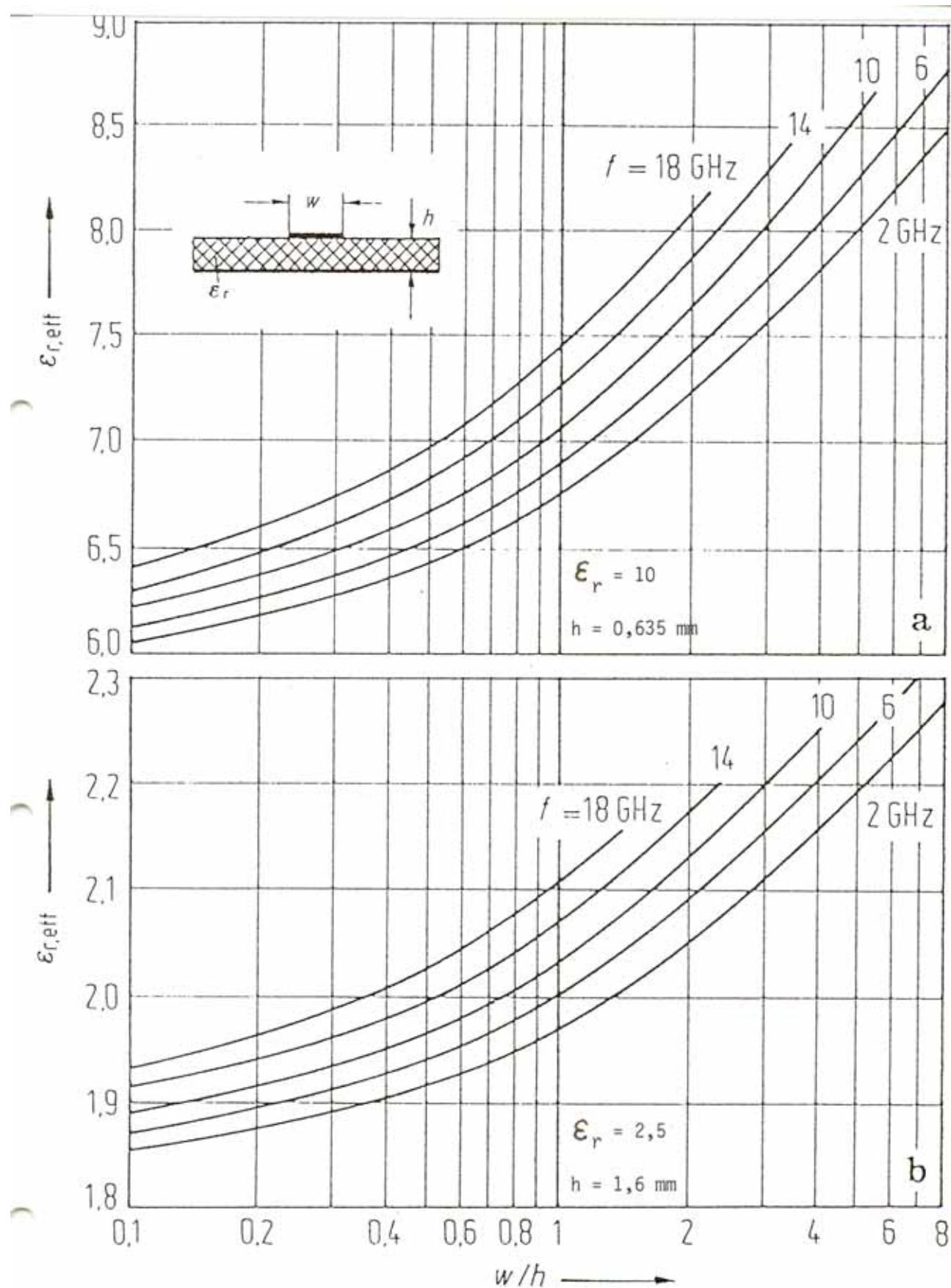


## 2. Feldwellenwiderstand der $\underline{E}\underline{H}_0$ -Welle

$$Z_{FEH} = \frac{\gamma \frac{\partial \underline{E}_z}{\partial x} + j\omega \mu_0 \frac{\partial \underline{H}_z}{\partial y}}{j\omega \epsilon \frac{\partial \underline{E}_z}{\partial x} + \gamma \frac{\partial \underline{H}_z}{\partial y}}$$

in Luft mit  $\epsilon_0$ , im Diel. mit  $\epsilon_0 \epsilon_r$

## Microstrip-Leitung, Dispersion



## I. Homogene, zylindrische Hohlleiter beliebigen Querschnitts

Bedingung: Ideal leitende Berandung;  $\epsilon_r = \text{const.}$  im Innern

$f > f_c \Rightarrow$  Wellenausbreitung mit  $\underline{\gamma} = j\beta = jk\sqrt{1 - \lambda_r^2}$

$f = f_c \Rightarrow$  kritische Frequenz;  $\underline{\gamma} = 0$

Abkürzung:  $\lambda_r = \frac{f_c}{f}$

$f < f_c \Rightarrow$  Dämpfung mit  $\underline{\gamma} = \alpha = k_c \sqrt{1 - 1/\lambda_r^2}$

Wellenlänge:

$$\lambda_z = \lambda_0 / \left\{ \sqrt{1 - \lambda_r^2} \sqrt{\epsilon_r} \right\}$$

Phasengeschwindigkeit:

$$v_p = \omega / \beta = c_0 / \left\{ \sqrt{1 - \lambda_r^2} \sqrt{\epsilon_r} \right\}$$

Gruppengeschwindigkeit:

$$v_g = d\omega/d\beta = c_0 \cdot \sqrt{1 - \lambda_r^2} / \sqrt{\epsilon_r}$$

Dielektrische Verluste:

$$\alpha_D = f \cdot \frac{\pi}{c_o} \cdot \sqrt{\epsilon_r} \cdot \tan \delta / \sqrt{1 - \lambda_r^2}$$

Feldwellenwiderstand H-Wellen:

$$Z_{FH} = Z_o / \left\{ \sqrt{1 - \lambda_r^2} \sqrt{\epsilon_r} \right\}$$

Feldwellenwiderstand E-Wellen:

$$Z_{FE} = Z_o \cdot \sqrt{1 - \lambda_r^2} / \sqrt{\epsilon_r}$$

## II. Rechteckhohlleiter

Stromwärmeverluste:

$$\text{H}_{mn}\text{-Wellen: } \alpha_L = \frac{2R_F \cdot \sqrt{\epsilon_r}}{Z_o} \left\{ \frac{(a+b)\lambda_r^2}{ab\sqrt{1 - \lambda_r^2}} + \frac{\frac{\Delta n}{2} - \lambda_r^2}{\sqrt{1 - \lambda_r^2}} \cdot \frac{bm^2 + an^2}{b^2m^2 + a^2n^2} \right\}$$

$$\text{E}_{mn}\text{-Wellen: } \alpha_L = \frac{2R_F \sqrt{\epsilon_r}}{Z_o} \cdot \frac{1}{ab\sqrt{1 - \lambda_r^2}} \cdot \frac{b^3m^2 + a^3n^2}{b^2m^2 + a^2n^2}$$

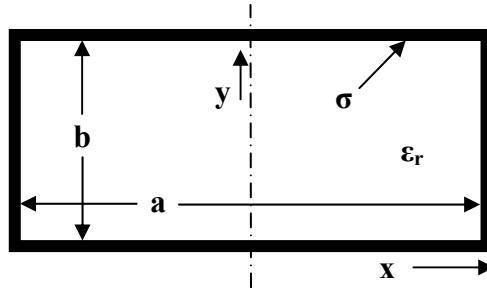
transportierte Leistung ( $\epsilon_r = 1$ ):

$$\text{H}_{mn}\text{-Wellen: } P = H_z^2 \cdot \frac{a \cdot b}{2 \cdot \Delta_m \cdot \Delta_n} \cdot Z_o \sqrt{1 - \lambda_r^2} / \lambda_r^2$$

$$\text{E}_{mn}\text{-Wellen: } P = E_z^2 \cdot \frac{a \cdot b}{8} \cdot \frac{1}{Z_o \cdot \lambda_r^2}$$

$$\Delta_m, \Delta_n = \begin{cases} 1 & \text{für } m = 0 \text{ bzw. } n = 0 \\ 2 & \text{für } m > 0 \text{ bzw. } n > 0 \end{cases}$$

### Rechteckhohlleiter mit $H_{10}$ -Welle



$$\frac{f_c}{f} = \frac{\lambda_o / \sqrt{\epsilon_r}}{2a}$$

$$\frac{Z_0}{\lambda_o} = \frac{Z_0 / \sqrt{\epsilon_r}}{\lambda_o / \sqrt{\epsilon_r}}$$

Wellenlänge:

$$\lambda_z = \frac{\lambda_o / \sqrt{\epsilon_r}}{\sqrt{1 - \left( \frac{\lambda_o / \sqrt{\epsilon_r}}{2a} \right)^2}} = \frac{c_o / \sqrt{\epsilon_r}}{\sqrt{f^2 - f_c^2}}$$

kritische Frequenz:

$$f_c = \frac{c_o / \sqrt{\epsilon_r}}{2a} \quad (\text{Ausbreitungsbeginn})$$

Feldwellenwiderstand:

$$Z_{FH} = E_y / H_x = Z_0 \lambda_z / \lambda_o = Z_0 \sqrt{\epsilon_r \sqrt{1 - (f_c/f)^2}}$$

Betriebsfrequenzbereich:  $1,25 f_c \leq f \leq 1,9 f_c \quad 1,6 a \geq \lambda_o / \sqrt{\epsilon_r} \geq 1,05 a$

transportierte Leistung:

$$P = H_z^2 \cdot Z_0 \cdot \frac{ab}{4} \sqrt{1 - (f_c/f)^2} / (f_c/f)^2$$

maximale Feldstärke:

$$E_{\max} = \sqrt{\frac{Z_0 \cdot P \cdot 4}{ab}} / \left( \sqrt{1 - (f_c/f)^2} \sqrt{\epsilon_r} \right)$$

Leiterverluste:

$$\alpha_L = \sqrt{\frac{\pi \epsilon_o \sqrt{\epsilon_r} c_o}{2a\sigma}} \cdot \left[ \frac{1}{b} + \frac{2}{a} \left( \frac{f_c}{f} \right)^2 \right] / \sqrt{\frac{f_c}{f} - \left( \frac{f_c}{f} \right)^3}$$

dielektrische Verluste:

$$\alpha_\epsilon = f \cdot \frac{\pi}{c_o} \cdot \sqrt{\epsilon_r} \cdot \tan \delta / \sqrt{1 - (f_c/f)^2}$$

Phasengeschwindigkeit:

$$v_p = \omega / \beta_z = \lambda_z \cdot f$$

Gruppengeschwindigkeit:

$$v_G = \frac{c_o}{\sqrt{\epsilon_r}} \sqrt{1 - (f_c/f)^2} \quad v_G \cdot v_p = c_o^2 / \epsilon_r$$

Laufzeit pro m:

$$\tau_G' = d\beta_z / d\omega = 1 / \left[ \frac{c_o}{\sqrt{\epsilon_r}} \sqrt{1 - (f_c/f)^2} \right]$$

Laufzeitverzerrung pro m:

$$\Delta \tau_G' = -\Delta f \cdot \frac{2a\epsilon_r}{c_0^2} / \left[ \left( f/f_c \right)^2 - 1 \right]^{3/2}$$

Feldkomponenten:

$$\underline{H}_z = \underline{H}_z \sin \frac{\pi x}{a} e^{-j\beta_z z}; \quad \underline{E}_y = -j \underline{H}_z \frac{2aZ_0}{\lambda_o} \cos \frac{\pi x}{a} e^{-j\beta_z z};$$

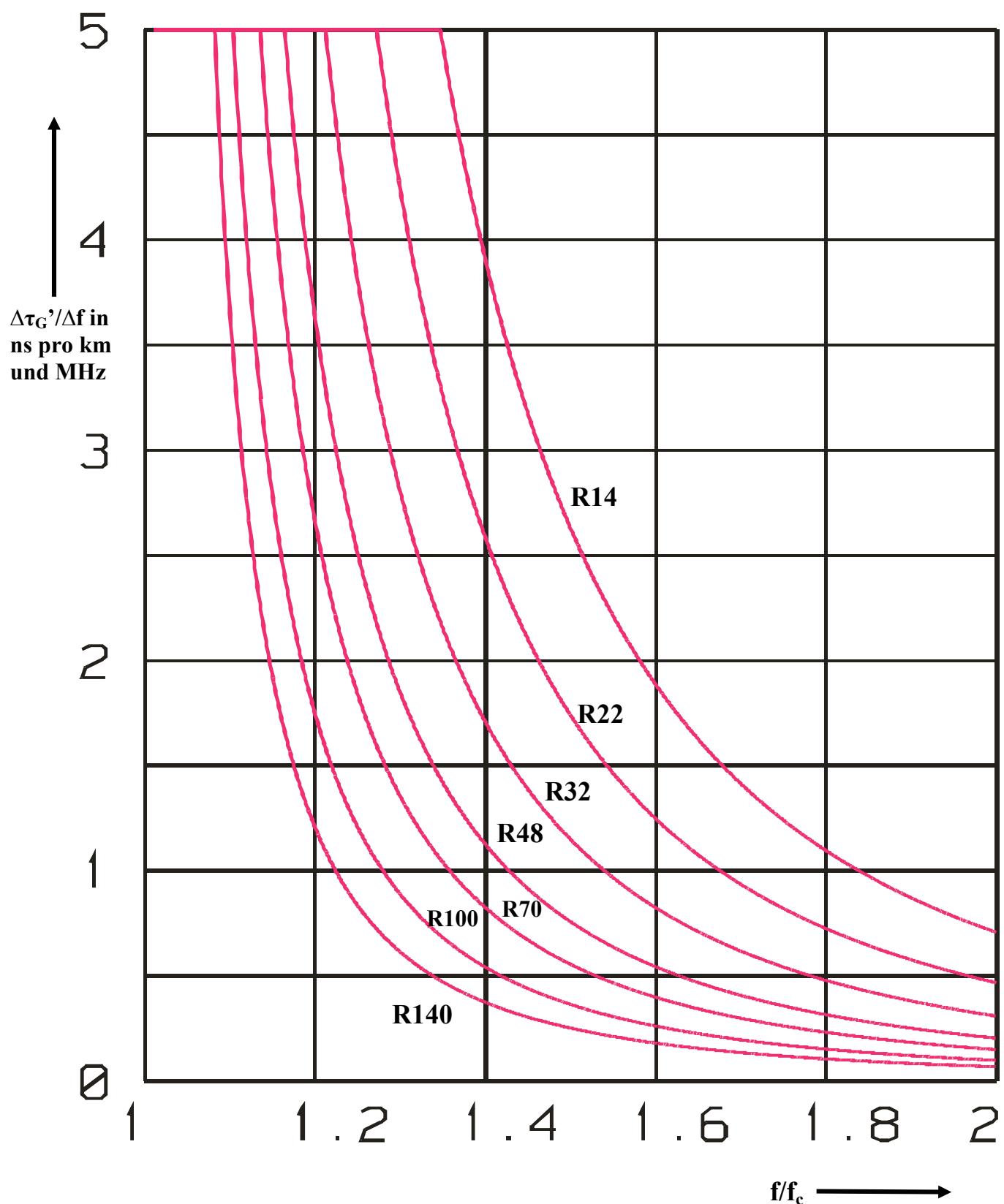
$$\underline{H}_x = -\underline{E}_y / Z_{FH}$$

Strahlungsdichte:

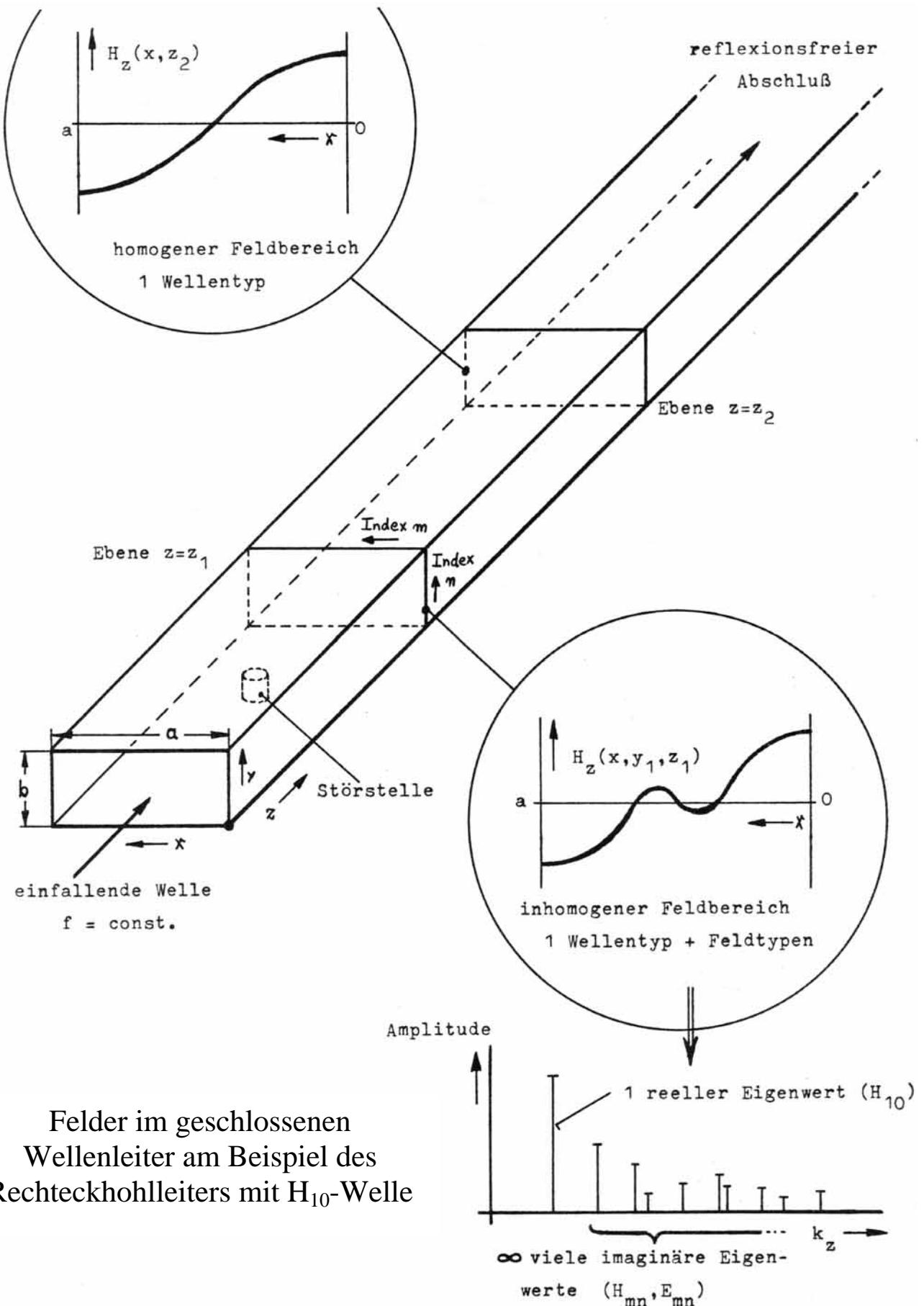
$$S_z = \frac{1}{2} \frac{E_y^2}{Z_{FH}} \cos^2 \frac{\pi x}{a}$$

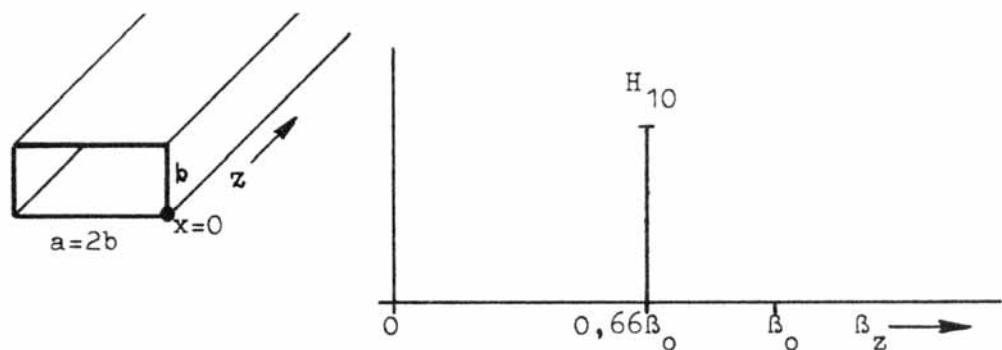
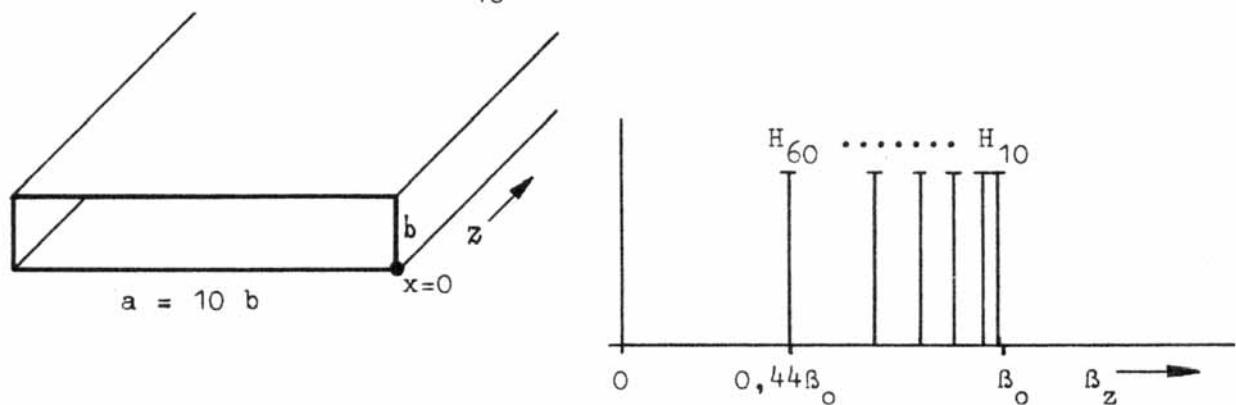
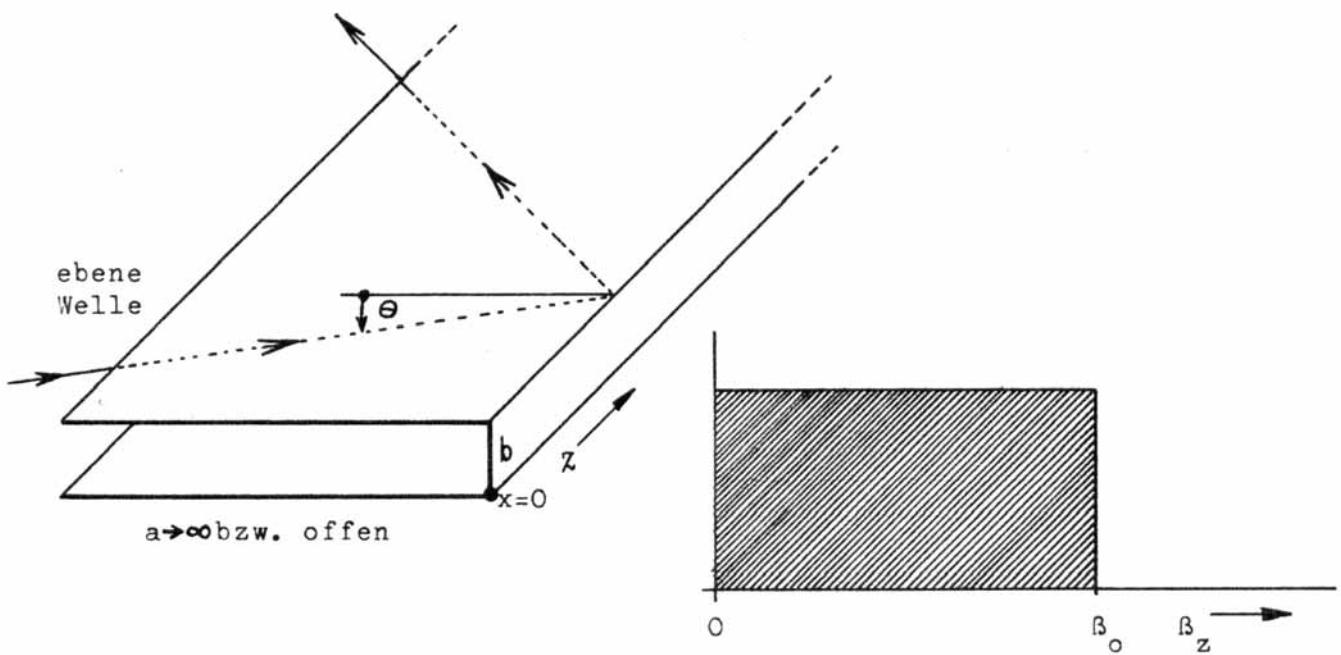
Rechteckhohlleiter

Frequenz- bereich 1,25 f <sub>c</sub> bis 1,9 f <sub>c</sub> GHz	kritische Frequenz f <sub>c</sub> GHz	Hohlleiter-Bezeichnung				Band- Bezeichnung	Innen- Abmessungen		Dämpfung für Cu		Max. Leistung c.w. MW
		DIN + IEC Norm	UK- Norm	US + JAN Norm (MS)			a/mm	b/mm	f/GHz	dB/m	
1.12 - 1.7	0.908	R 14	WG 6	RG 69 / U	L	165.10	82.55	1.36	0.00522	12.0 - 17.0	
1.45 - 2.2	1.158	R 18	WG 7	-	D	129.54	64.77	1.74	0.00749	7.5 - 11.0	
1.7 - 2.6	1.375	R 22	WG 8	RG 104 / U	- (M, LS)	109.22	54.61	2.06	0.00970	5.2 - 7.5	
2.2 - 3.3	1.737	R 26	WG 9A	RG 112 / U	-	86.36	43.18	2.61	0.0138	3.4 - 4.8	
2.6 - 3.95	2.080	R 32	WG 10	RG 48 / U	S (L)	72.14	34.04	3.12	0.0189	2.2 - 3.2	
3.3 - 4.9	2.579	R 40	WG 11A	-	A	58.17	29.083	3.87	0.0249	1.6 - 2.2	
3.95 - 5.85	3.155	R 48	WG 12	RG 49 / U	G (C, K)	47.55	22.149	4.73	0.0355	0.94 - 1.32	
4.9 - 7.05	3.714	R 58	WG 13	-	C	40.39	20.193	5.57	0.0431	0.79 - 1.00	
5.85 - 8.2	4.285	R 70	WG 14	RG 50 / U	J (XB, XN)	34.85	15.799	6.46	0.0576	0.56 - 0.71	
7.05 - 10	5.260	R 84	WG 15	RG 51 / U	H (XL, XB)	28.499	12.624	7.89	0.0794	0.35 - 0.46	
7 - 11	5.790	-	-	-	T	25.90	12.95	-	-	0.33 - 0.43	
8.2 - 12.4	6.560	R 100	WG 16	RG 52 / U	X (G)	22.860	10.160	9.84	0.110	0.20 - 0.29	
10 - 15	7.873	R 120	WG 17	-	M (FA)	19.050	9.525	11.8	0.133	0.17 - 0.23	
12.4 - 18	9.490	R 140	WG 18	RG 91 / U	P (J, Ku)	15.799	7.899	14.2	0.176	0.12 - 0.16	
15 - 22	11.578	R 180	WG 19	-	- (N, K)	12.954	6.477	17.4	0.238	0.080 - 0.107	
18 - 26.5	14.080	R 220	WG 20	RG 53 / U	- (E, K)	10.668	4.318	21.1	0.370	0.043 - 0.058	
22 - 33	17.368	R 260	WG 21	-	-	8.636	4.318	26.1	0.435	0.034 - 0.048	
26.5 - 40	21.100	R 320	WG 22	RG 96 / U	Q (D,R,V,Ka)	7.112	3.556	31.6	0.583	0.022 - 0.031	



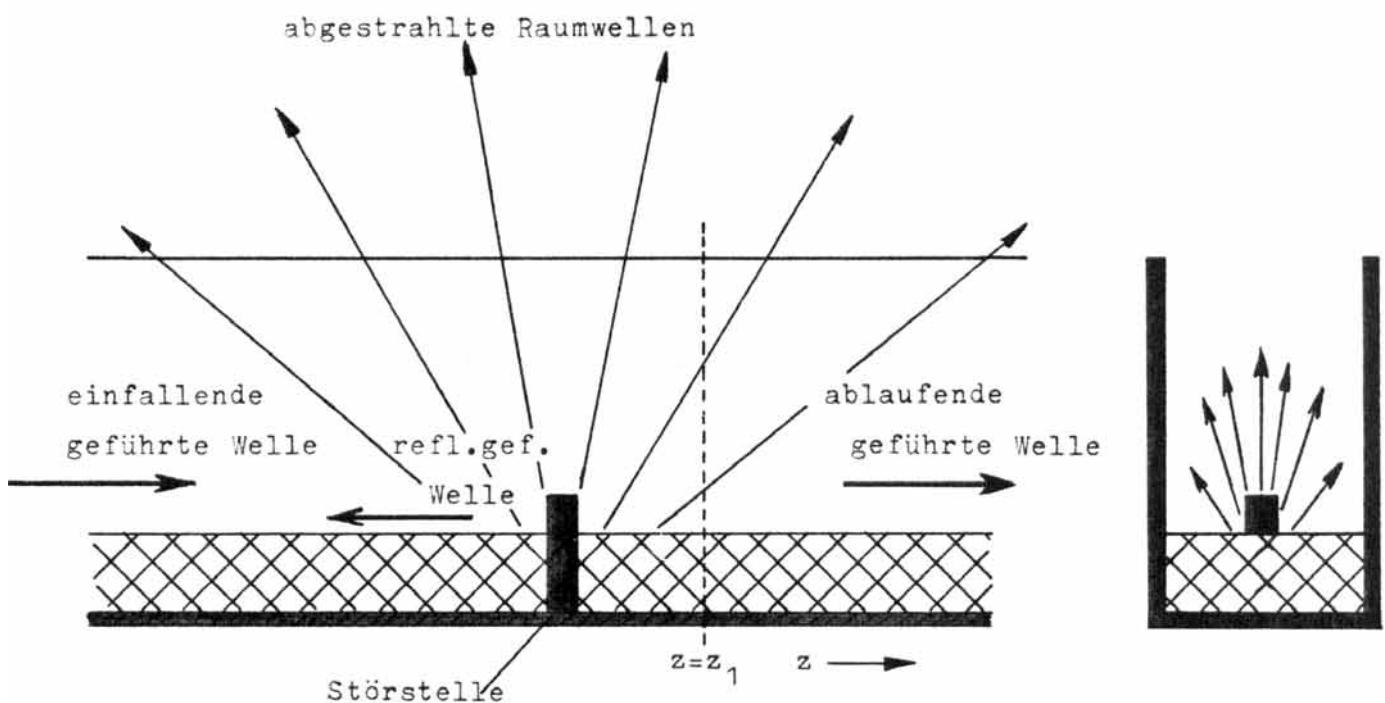
Laufzeitunterschied  $\Delta\tau_G'$  in ns für zwei um  $\Delta f = 1$  MHz  
auseinanderliegende Sinus-Schwingungen beim Rechteckhohlleiter mit  
 $H_{10}$ -Welle, Länge 1 km.



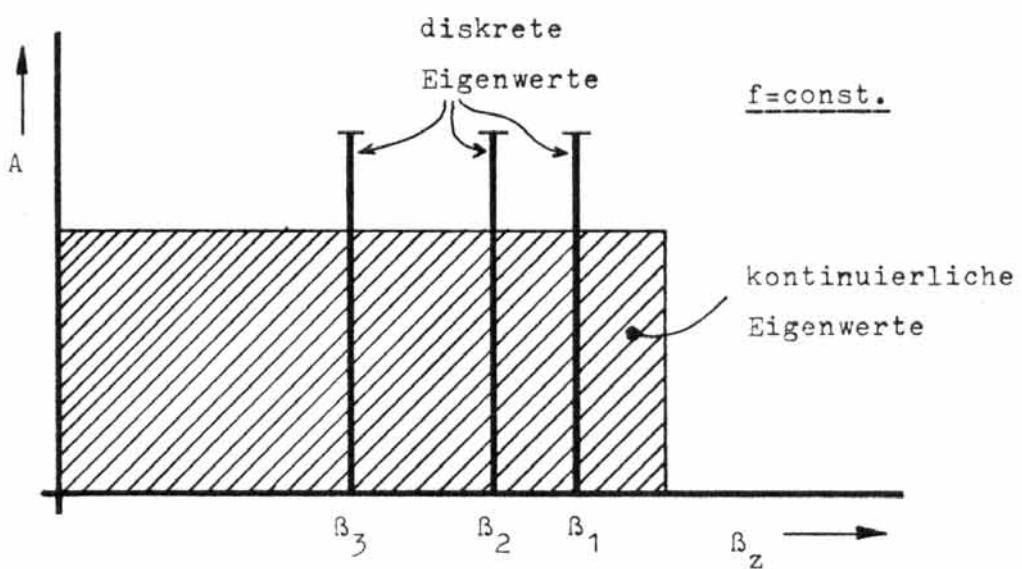
a) eindeutiger Wellentyp ( $H_{10}$ -Welle)b) diskretes Spektrum ( $H_{m0}$ -Wellen)

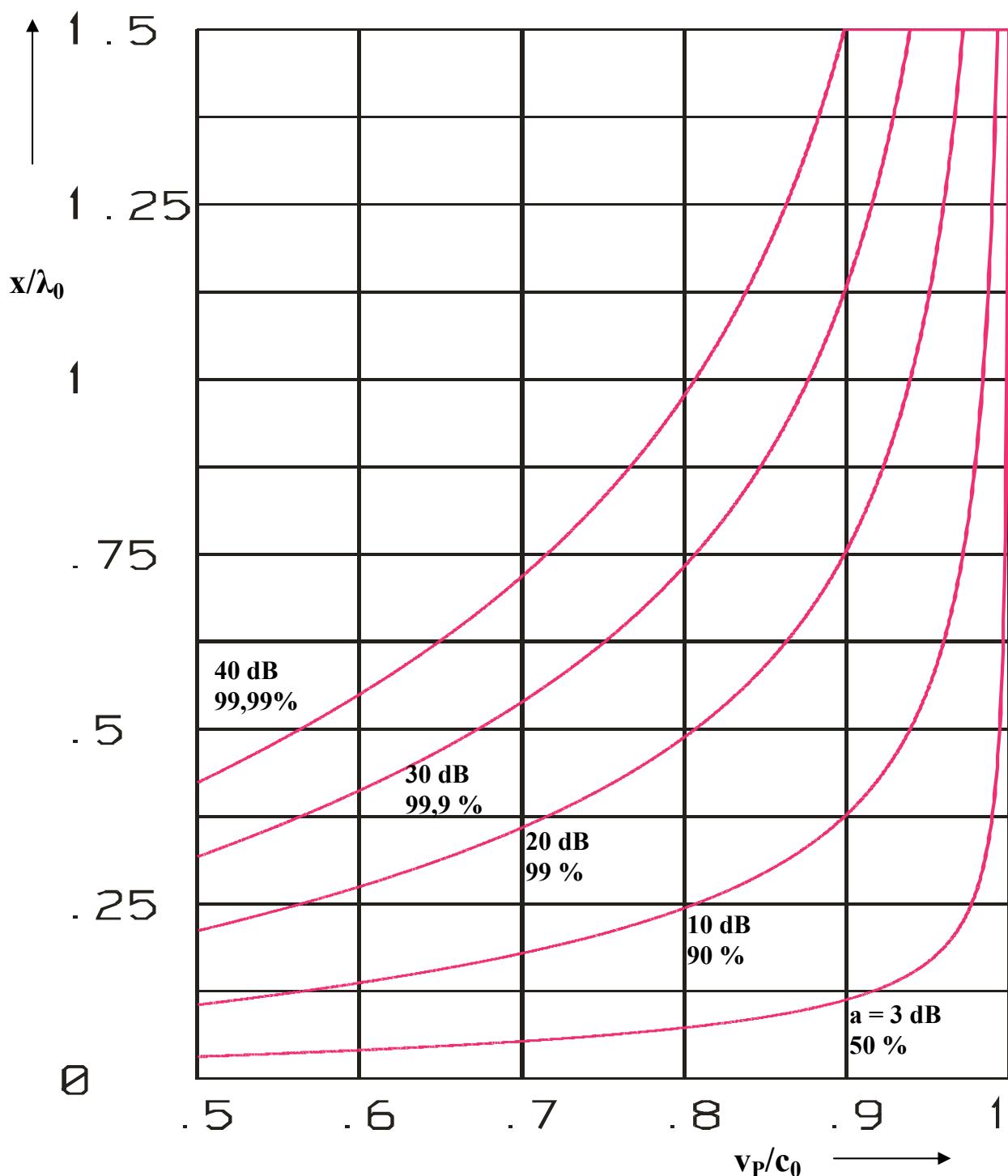
c) kontinuierliches Spektrum (H-Wellen)

Entstehung eines kontinuierlichen Modenspektrums am Beispiel eines Rechteckhohlleiters mit größer werdender Breitseite  $a$   
 $f = c_0/(3b) = \text{const.}$ ,  $b = \text{const.}$

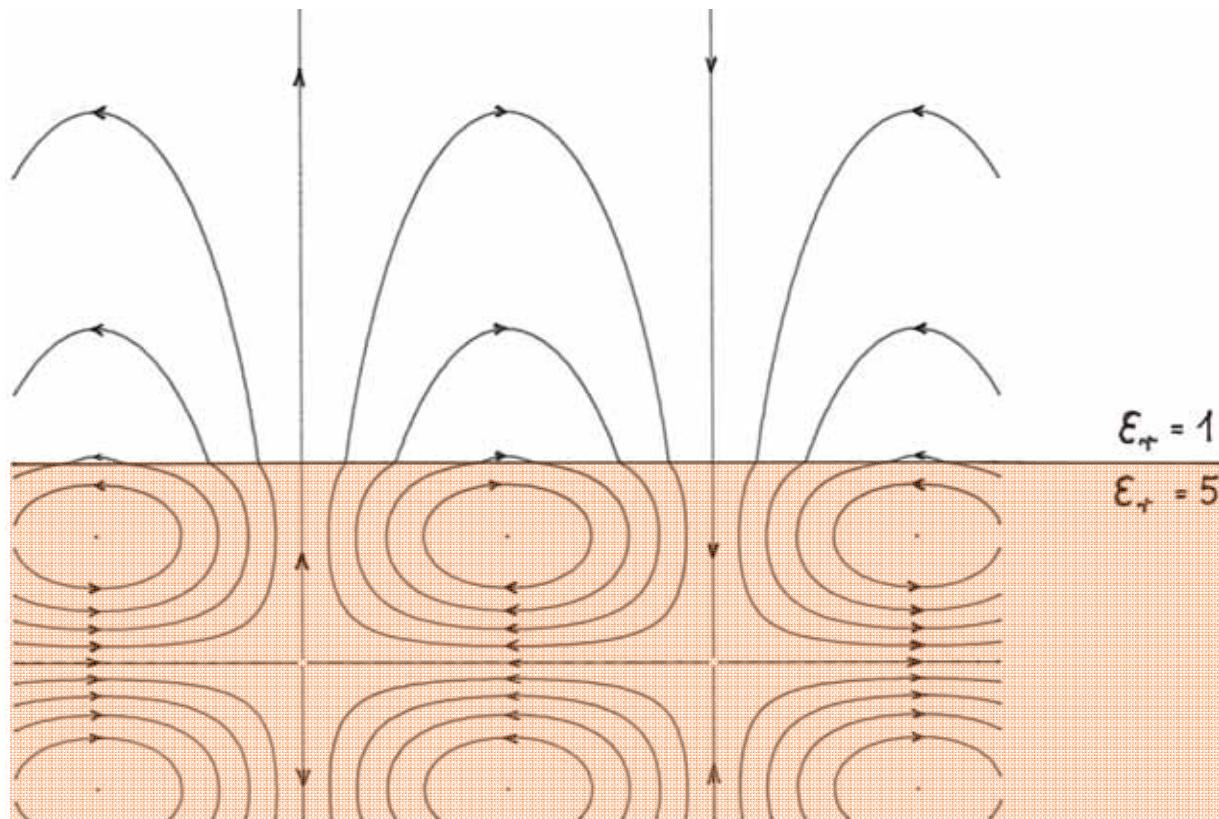
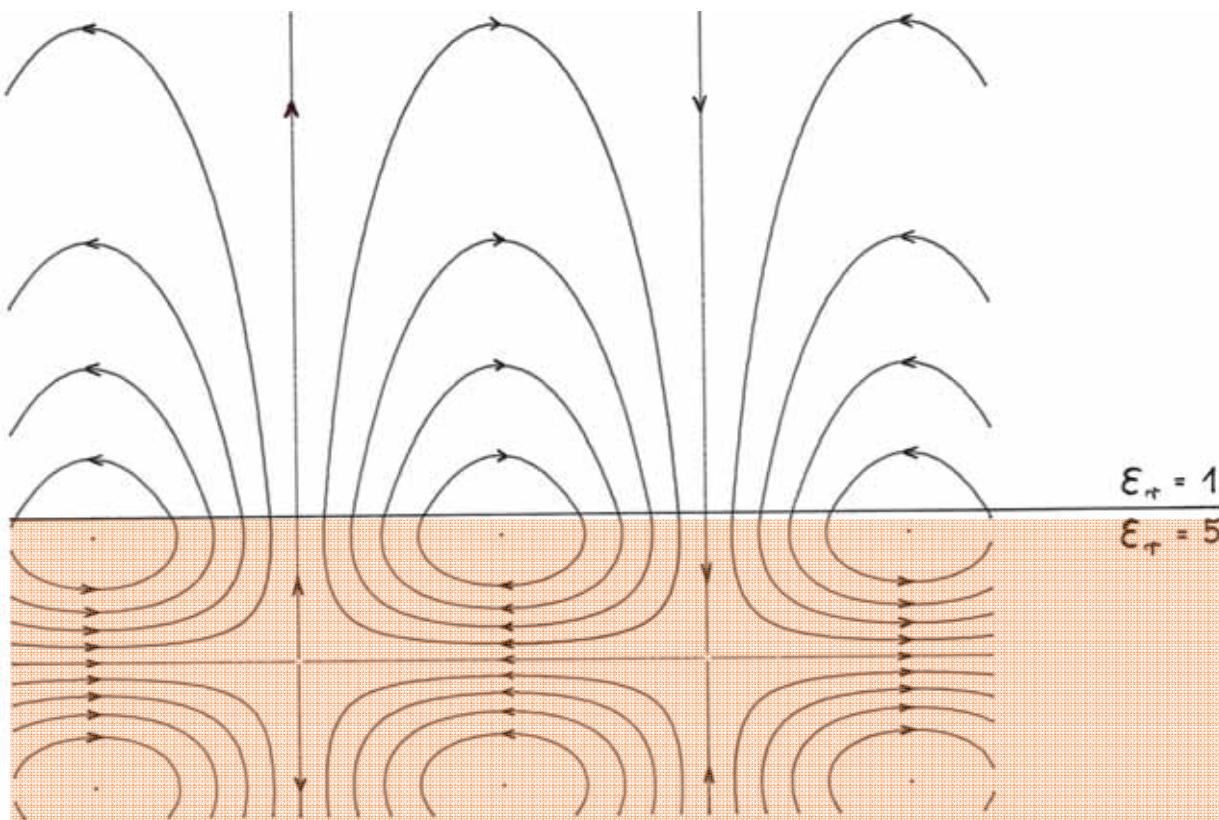


Offener Wellenleiter mit Störstelle

Raumstrahlungsspektrum und  
Oberflächenwellen (Prinzipdarstellung)



Abnahme der Feldstärkeamplitude mit zunehmendem Abstand  $x$  vom Wellenleiter als Funktion der relativen Ausbreitungsgeschwindigkeit  $v_p/c_0 = \lambda_z/\lambda_0$  bei langsamten Oberflächenwellen:  $x/\lambda_0 = \ln 10 / \left[ 40\pi \sqrt{(\lambda_0/\lambda_z)^2 - 1} \right] \cdot a / \text{dB}$ . In der Schicht mit der Dicke  $x$  befinden sich  $\Delta$  % der Gesamtenergie des Feldes in Luft.

**Oberflächen-Wellen: Elektrische Feldlinien der E-Welle****Oberflächen-Wellen: Magnetische Feldlinien der H-Welle**

## **F A C H B Ü C H E R**

- [1] Meinke/Gundlach: Taschenbuch der Hochfrequenztechnik.  
Springer, Berlin, 5. Auflage 1992.
- [2] Ramo, S.; Whinnery, J.R.; van Duzer, Th.: Fields and waves in communication electronics.  
Wiley, New York, 2. Auflage 1984.
- [3] Zinke/Brunswig: Hochfrequenztechnik 1: Hochfrequenzfilter, Leitungen, Antennen.  
Springer, Berlin, 6. Auflage 2000.
- [4] Unger, H.-G.: Elektromagnetische Wellen auf Leitungen.  
Hüthig, Heidelberg, 3. Auflage 1990.
- [5] Unger, H.-G.: Elektromagnetische Theorie für die Hochfrequenztechnik, Band 1.  
Hüthig, Heidelberg, 2. Auflage 1988.
- [6] Collin, R.E.: Grundlagen der Mikrowellentechnik. Technik, Berlin 1973
- [7] Collin, R.E.: Field theory of guided waves. McGraw-Hill, New York 1960.
- [8] Waldron, R.A.: Theory of guided electromagnetic waves.  
van Nostrand Reinhold, London 1970.
- [9] Gupta, K.C.; Garg, R.; Bahl, I.J.; Bhartia, P.: Microstrip lines and slotlines.  
Artech House, Dedham MA, 2. Aufl. 1996.
- [10] Howe, H.: stripline circuit design. Artech House, Dedham MA 1974.
- [11] Moreno, Th.: Microwave transmission design data.  
Artech House, Dedham MA 1989.
- [12] Hoffmann, R.K.: Integrierte Mikrowellen-Schaltungen. Springer, Berlin 1983.
- [13] Janssen, W.: Hohlleiter und Streifenleiter. Hüthig, Heidelberg 1977.
- [14] Wolff, I.: Einführung in die Mikrostrip-Leitungstechnik. H. Wolff, Aachen, 2. Auflage 1978.
- [15] Harrington, R.F.: Time-harmonic electromagnetic fields. Mc Graw-Hill, New York 1961.
- [16] Hözlner, E.; Tierbach, D.: Nachrichtenübertragung. Springer, Berlin 1966.
- [17] Gunston, M.A.R.: Microwave transmission-line impedance data.  
van Nostrand Reinhold, London 1972.
- [18] Laverghetta, Th.S.: Microwave measurements and techniques.  
Artech House, Dedham MA 1976.
- [19] Hilberg, W.: Charakteristische Größen elektrischer Leitungen.  
Berliner Union Kohlhammer, Berlin 1972.
- [20] Hilberg, W.: Electrical characteristics of transmission lines.  
Artech House, Dedham MA 1979.
- [21] Schmid, H.: Theorie und Technik der Nachrichtenkabel. Hüthig, Heidelberg 1976.
- [22] Schubert, W.: Nachrichtenkabel und Übertragungssysteme.  
Siemens AG, München, 2. Auflage 1980.
- [23] Barnes, C.C.: Submarine telecommunication and power cables.  
Peter Peregrinus, Stevenage 1977.
- [24] Brinkmann, C.: Die Isolierstoffe der Elektrotechnik. Springer, Berlin 1975.
- [25] Frankel, S.: Multiconductor transmission line analysis. Artech House, Dedham MA 1977.
- [26] Saad, T.S.: Microwave engineers' handbook I + II. Artech House, Dedham MA 1971.
- [27] Nachrichtentechnische Fachberichte, Band 19. Vieweg, Wiesbaden 1960.

- [28] Abramowitz, M.; Stegun, I.A.: Handbook of mathematical functions. Dover, New York, 10. Auflage 1972.
- [29] Laverghetta, Th.S.: Microwave materials and fabrication techniques. Artech House, Dedham MA, 2. Auflage 1990.
- [30] Sporleder, F.; Unger, H.G.: Waveguide tapers, transitions and couplers. Peter Peregrinus, Stevenage 1979.
- [31] Bhat, B.; Koul, S.K.: Analysis, design and applications of fin lines. Artech House, Dedham MA 1987.
- [32] Izadian, J.S.; Izadian, S.M.: Microwave transition design. Artech House, Dedham MA 1988.
- [33] Wadell, B.C.: Transmission line design handbook. Artech House, Dedham MA 1991.
- [34] Rozzi, T.; Mongiardo, M.: Open electromagnetic waveguides. IEE, London 1997.
- [35] Mahmoud, S.F.: Electromagnetic waveguides: theory and application. IEE, London.
- [36] Simons, R.N.: Coplanar waveguide circuits, components and systems. Wiley, New York 2001.
- [37] Edwards, T.C.; Steer, M.B.: Foundations of interconnect and microstrip design. Wiley, New York, 3. Auflage 2001.
- [38] Nguyen, C.: Analysis methods for RF, microwave, and millimeter-wave planar transmission line structures. Wiley, New York 2000.
- [39] Gardiol, F.: Microstrip circuits. Wiley, New York 1994.
- [40] Pozar, D.M.; Schaubert, D.H.: Microstrip antennas: The analysis and design of microstrip antennas and arrays. IEEE, New York 1995.
- [41] Wong, K.L.: Compact and broadband microstrip antennas. Wiley, New York 2002.
- [42] Wong, K.L.: Design of nonplanar microstrip antennas and transmission lines. Wiley, New York 1999.
- [43] Evans, D.R.: Digital telephony over cables. Addison-Wesley, Boston MA 2001.
- [44] Miano, G.; Maffucci, A.: Transmission lines and lumped circuits: Fundamentals and applications. Academic Press, Burlington MA 2001.
- [45] Kumar, G.; Ray, K.P.: Broadband microstrip antennas. Artech House, Dedham MA 2003.
- [46] Garg, R.; Bhartia, P.; Bahl, I.: Microstrip antenna design handbook. Artech House, Dedham MA 2001.
- [47] Alison, W.B.W.: A handbook for the mechanical tolerancing of waveguide components. Artech House, Dedham MA 1987.
- [48] Uher, J.; Bornemann, J.; Rosenberg, U.: Waveguide components for antenna feed systems: Theory and CAD. Artech House, Dedham MA 1993.
- [49] Bhartia, P.; Pramanick, P.: E-plane integrated circuits. Artech House, Dedham MA 1987.
- [50] Malherbe, J.A.G.: Microwave transmission line couplers. Artech House, Dedham MA 1988.
- [51] Dalichau, H.: Konforme Abbildung und elliptische Funktionen. München 1993.  
<http://www.unibw.de/harald.dalichau>.
- [52] Dalichau, H.: Offene Wellenleiter für die Nachrichtenübertragung zu spurgeführten Fahrzeugen. VDI-Verlag, Düsseldorf 1981, Fortschrittberichte der VDI-Zeitschriften Reihe 9: Elektrotechnik/Elektronik, Nr. 28.
- [53] Wolff, I.: Coplanar microwave integrated circuits. Wiley Interscience, Somerset NJ 2007.