

I. Konstanten, Maßeinheiten

II. TEM-Leitungen (Dielektrikum mit $\mu_r = 1$)

III. Felder und Wellen

IV. Antennen

V. Hohlleiter (Dielektrikum mit $\mu_r = 1$)

VI. Schaltungstechnik

I. Konstanten, Maßeinheiten

$$\epsilon_o = 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{As}{Vm} \text{ bzw. F/m}$$

$$\mu_o = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Vs}{Am} = 12,567 \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$$

$$c_o = 1/\sqrt{\mu_o \epsilon_o} = 2,997\,925 \cdot 10^8 \text{ m/s} \approx 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

$$Z_o = \sqrt{\mu_o / \epsilon_o} = 377 \Omega = 120 \pi \Omega$$

$$1 \frac{Vs}{m^2} = 1 \text{ Tesla} = 10^4 \text{ Gauß}$$

$$1 G = 10^{-4} \frac{Vs}{m^2}$$

$$1 A/m = 4\pi \cdot 10^{-3} \text{ Oerstedt}$$

$$1 \text{ Oe} = 79,58 \text{ A/m}$$

$$1 \text{ mile} = 1,609 \text{ km}$$

$$1 \text{ km} = 0,6214 \text{ miles}$$

$$1 \text{ n.m.} = 1,852 \text{ km}$$

$$1 \text{ km} = 0,54 \text{ n.m.}$$

$$1 \text{ foot} = 0,305 \text{ m}$$

$$1 \text{ m} = 3,281 \text{ feet}$$

$$1 \text{ inch} = 1.000 \text{ mils} = 25,4 \text{ mm}$$

$$1 \text{ mm} = 39,37 \text{ mils} = 0,0394 \text{ inch}$$

$$a = 10 \lg (P_2/P_1) = 20 \lg (U_2/U_1)$$

Dämpfung in dB

$$a = \frac{1}{2} \ln (P_2/P_1) = \ln (U_2/U_1)$$

Dämpfung in Np

$$1 \text{ Neper} = 8,686 \text{ dB}$$

$$1 \text{ dB} = 0,115 \text{ Np}$$

$$P \text{ in dBm} = 10 \lg (P \text{ in mW})$$

Leistungspegel, 0 dBm ist 1 mW, analog dBµV :
0 dBµV ist 1 µV, dBW: 0 dBW ist 1 W etc.

$$\vartheta_1 \text{ in } ^\circ\text{Fahrenheit} = \vartheta_2 \text{ in } ^\circ\text{C} \cdot \frac{9}{5} + 32$$

$$\vartheta_2 \text{ in } ^\circ\text{C} = (\vartheta_1 \text{ in } ^\circ\text{F} - 32) \cdot \frac{5}{9}$$

$$\vartheta \text{ in } ^\circ\text{C} = T \text{ in Kelvin} - 273,15$$

Material	Silber	Kupfer	Gold	Al	Zink	Messing	Zinn	Stahl
elektrische Leitfähigkeit $\sigma/10^6$ in S/m	62	58	41	33	16	12-15	7-9	1-7

$$\alpha \approx -4 \text{ ‰} / ^\circ\text{C}$$

Temperaturkoeffizient von σ für reine Metalle bei 20°C

$$\sigma(20^\circ\text{C} + \Delta\vartheta) = \sigma(20^\circ\text{C})(1 + \alpha \cdot \Delta\vartheta)$$

$$1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pascal}$$

$$1 \text{ mbar} = 1 \text{ hPa}$$

$$1 \text{ rad (Bogenmaß)} = 180^\circ/\pi = 57,296^\circ$$

$$1/e = 0,368$$

$$e = 2,718 \ 282$$

$$\pi = 3,141 \ 592 \ 653 \ 590$$

Radius der Erde:

$$6.370 \text{ km}$$

Entfernung eines geostationären Satelliten:

$$38.000 \text{ km}$$

$$\Omega = \frac{A}{r^2}$$

Raumwinkel Ω einer Kugelfläche A mit dem Kugelradius r

$$\Omega = 4\pi \sin^2\left(\frac{\alpha}{4}\right)$$

Raumwinkel eines Kegels mit dem (ebenen) Öffnungswinkel α

II. TEM-Leitungen (Dielektrikum mit $\mu_r = 1$)

$$\underline{r} = \frac{\underline{Z} - Z_L}{\underline{Z} + Z_L} \quad \frac{\underline{Z}}{Z_L} = \frac{1 + \underline{r}}{1 - \underline{r}}$$

Reflexionsfaktor, r in dB = 20 lg r

$$VSWR = \frac{1 + r}{1 - r} = \frac{U_{\max}}{U_{\min}}$$

Stehwellenverhältnis

$$r = \frac{VSWR - 1}{VSWR + 1} \quad r \ll 1 : \quad r \approx (VSWR - 1)/2, \quad VSWR \approx 1 + 2r$$

$$Z_L = \frac{60 \Omega}{\sqrt{\epsilon_r}} \ln(D/d)$$

Koaxialleitung

$$Z_L = \frac{120 \Omega}{\sqrt{\epsilon_r}} \operatorname{ar} \cosh(D/d)$$

Zweidraht-Leitung, Leiterabstand D

$$Z_L = \frac{120 \Omega}{\sqrt{\epsilon_r}} \ln(2D/d) \quad \text{für } D > 3,6 d \quad \operatorname{ar} \cosh x = \ln(x + \sqrt{x^2 - 1})$$

$$Z_L = \frac{\sqrt{\epsilon_r}}{c_o C'_\epsilon} = \sqrt{\frac{L'}{C'}} = \frac{\epsilon_0 \sqrt{\epsilon_r} Z_0}{C'_\epsilon} = \frac{U_H}{I_H}$$

verlustlose Leitung

$$\alpha_2 = \alpha_1 \sqrt{f_2 / f_1}$$

Dämpfungsmaß α durch Leiterverluste bei der Frequenz f; Skineneffekt

$$v = \frac{1}{\sqrt{L' C'}} = \frac{1}{\sqrt{\mu_o \epsilon_o \epsilon_r}} = \frac{c_o}{\sqrt{\epsilon_r}}$$

Ausbreitungsgeschwindigkeit

$$\lambda = \frac{c_o}{f \sqrt{\epsilon_r}} \quad \lambda_0 \text{ in m} = 300 / (f \text{ in MHz})$$

$$Q = \pi / (\alpha \lambda_z)$$

Güte eines Leitungsresonators, Leitung mit Dämpfungsmaß α

$$f_c \approx \frac{2c_o}{\pi(D+d)\sqrt{\epsilon_r}}$$

H₁₁-Welle in der Koaxialleitung

III. Felder und Wellen

	PE	PP	PTFE	Gore-Tex	PVC	FR4	Al ₂ O ₃	SiO ₂
ϵ_r	2,3	2,3	2,0	$\geq 1,2$	3 - 4	4,2 (3,5 - 6)	10	3,78
$\tan \delta / 10^{-4}$	2	5	1	0,2	400-800	200 (40 - 450)	1	3

$$a_{\text{Diel}} = \tan \delta \cdot 27,3 \text{ dB}$$

Dämpfung einer ebenen Welle bzw. einer TEM-Welle durch dielektrische Verluste: auf der Strecke $\lambda_o / \sqrt{\epsilon_r}$,

$$a_{\text{Diel}} = \frac{f}{\text{GHz}} \cdot \frac{r}{\text{m}} \cdot \sqrt{\epsilon_r} \cdot \tan \delta \cdot 91 \text{ dB}$$

auf der Strecke r, nur gültig für $\tan \delta < 0,1$

$$\beta = 2\pi / \lambda$$

Phasenmaß, Phasendrehung pro Meter; laufende Welle

$$\delta = 1 / \sqrt{\pi \mu f \sigma}$$

Skineffekt, Eindringmaß

$$\delta \text{ in } \mu\text{m} = 66 / \sqrt{f \text{ in MHz}}$$

Eindringmaß für Kupfer

$$R_F = \frac{1}{\sigma \delta} = \sqrt{\frac{\pi \mu f}{\sigma}}$$

Flächenwiderstand bei extremem Skineffekt

$$E_{\text{max}} \approx 32 \text{ kV} / \text{cm}$$

Luft bei 1 bar und 20⁰ C, homogenes Feld

$$\underline{Z}_F = \underline{E}_H / \underline{H}_H = \sqrt{\frac{\mu_o \mu_r}{\epsilon_o \epsilon_r}}$$

Feldwellenwiderstand, laufende, ebene Welle

$$v = \frac{c_o}{\sqrt{\mu_r \epsilon_r}}$$

Ausbreitungsgeschwindigkeit

$$\bar{S} = \frac{1}{2} \underline{E} \underline{H} = \frac{E^2}{2Z_F} = \frac{H^2 Z_F}{2}$$

Strahlungsdichte, zeitlicher Mittelwert

$$C = \epsilon_o \epsilon_r \frac{A}{d}$$

Plattenkondensator: Fläche A, Abstand d

$$\frac{\tan \theta_1}{\tan \theta_2} = \frac{\epsilon_{r1}}{\epsilon_{r2}}$$

Brechungsgesetz für elektrische Feldlinien, Θ vom Lot

$$H = \frac{I}{2\pi r}$$

Magnetfeld eines langen, geraden Leiters

$$\underline{\epsilon}_r = \epsilon_r' - j\epsilon_r'' = \epsilon_r (1 - j \tan \delta)$$

komplexe Dielektrizitätszahl

$$\underline{\epsilon}_r = \epsilon_r' - j\epsilon_r'' = \epsilon_r - j \frac{\sigma}{\omega \epsilon_o}$$

Anteil durch el. Leitfähigkeit: $\sigma / (\omega \epsilon_o)$

$$\underline{\epsilon}_r = \epsilon_r - j\epsilon_r \tan \delta - j \frac{\sigma}{\omega \epsilon_o}$$

Anteil durch Polarisationsverluste: $\epsilon_r \tan \delta$

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \sqrt{\frac{\epsilon_{r2}}{\epsilon_{r1}}}$$

Brechungsgesetz für den Vektor der Strahlungsdichte \vec{S}

$$\theta_{B1} = \arctan \sqrt{\frac{\epsilon_{r2}}{\epsilon_{r1}}}$$

Brewster-Winkel bei vertikaler Polarisation; von 1 \rightarrow 2

$$\underline{r}_{v.P.} = \frac{\underline{\epsilon}_r \cos \Theta - \sqrt{\underline{\epsilon}_r - \sin^2 \Theta}}{\underline{\epsilon}_r \cos \Theta + \sqrt{\underline{\epsilon}_r - \sin^2 \Theta}}$$

$$\underline{t}_{v.P.} = \frac{2\sqrt{\underline{\epsilon}_r} \cos \Theta}{\underline{\epsilon}_r \cos \Theta + \sqrt{\underline{\epsilon}_r - \sin^2 \Theta}}$$

vert. Pol.

$$\underline{r}_{h.P.} = \frac{\cos \Theta - \sqrt{\underline{\epsilon}_r - \sin^2 \Theta}}{\cos \Theta + \sqrt{\underline{\epsilon}_r - \sin^2 \Theta}}$$

$$\underline{t}_{h.P.} = \frac{2 \cos \Theta}{\cos \Theta + \sqrt{\underline{\epsilon}_r - \sin^2 \Theta}}$$

horiz. Pol.

$$\underline{t}_{h.P.} = 1 + \underline{r}_{h.P.}$$

ebene Grenzschicht, Welle von 1 nach 2

$$\underline{\epsilon}_r = \frac{\epsilon_{r2}}{\epsilon_{r1}}$$

Einfallswinkel Θ von der Flächennormalen

$$f_g \approx c_0 / (16 h \cos \psi)$$

Übergang von spiegelnder ($f < f_g$) zu diffuser Reflexion; Bodenunebenheit h ; Elevationswinkel ψ

$$\theta_{g1} = \arcsin \sqrt{\frac{\epsilon_{r2}}{\epsilon_{r1}}}$$

Grenzwinkel der Totalreflexion; Welle von 1 nach 2

$$\alpha_x = \sqrt{\left(\frac{2\pi}{\lambda_z}\right)^2 - \left(\frac{2\pi}{\lambda_0}\right)^2}$$

ebene Oberflächenwelle, aperiodisches Dämpfungsmaß

senkrecht zur Oberfläche des Dielektrikums

IV. Antennen

$$G \text{ in dB} = 10 \lg \frac{S_{\max}}{S_{\text{isotrop}}} = 10 \lg g \quad \text{Gewinn}$$

$$P_S = \frac{1}{2} I_S^2 R_S \quad \text{Sendeleistung bei Antennenfußpunktstrom } I_S$$

$$E_{\max} = \frac{\sqrt{60 \Omega \cdot P_S g}}{r} \quad \text{Feldstärkeamplitude im Abstand } r$$

$$R_S \approx 80 \Omega \left[\pi \frac{h_{\text{eff}}}{\lambda} \right]^2 \quad \text{Strahlungswiderstand}$$

$$U_0 = E_{\tan} h_{\text{eff}} \quad \text{Leerlaufspannung einer Empfangsantenne}$$

	Gewinn g	G in dB	R_S in Ω	effektive Höhe h_{eff}
kurzer Dipol, Gesamtlänge s	1,5	1,76	$20 \left[\frac{\pi s}{\lambda} \right]^2$	s/2
$\lambda/2$ – Dipol	1,64	2,15	73	λ/π
$\lambda/4$ – Monopol, auf leitender Ebene	3,28	5,16	37	$\lambda/(2\pi)$

$$C(\varphi, \vartheta) = |\sin \vartheta| \quad \text{Richtdiagramm Hertzscher Dipol bzw. kurzer Dipol}$$

$$C(\varphi, \vartheta) = \left| \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cos \vartheta\right)}{\sin \vartheta} \right| \quad \text{Richtdiagramm } \lambda/2\text{-Dipol}$$

$$r_{\text{Blind}} \approx \lambda/(2\pi) \quad \text{Ausdehnung Blindfeld mit } E \sim 1/r^2, 1/r^3; \text{ Dipolantenne}$$

$$r_{\text{Blind}} \approx 0,62 \sqrt{\frac{D^3}{\lambda}} \quad \text{Ausdehnung Blindfeld, großflächige Antenne}$$

$$r_{\min} = 2 D^2/\lambda \quad \text{Fernfeldbeginn; } D: \text{ max. Linearabmessung}$$

$$P_E = P_S \cdot g_S \cdot g_E \left(\frac{\lambda}{4\pi r} \right)^2 \quad \text{E: Empfangsantenne; S: Sendeantenne;}$$

r: Antennenabstand, beidseitig Anpassung

$$a = 10 \lg(P_S/P_E) \quad \text{Dämpfung zwischen 2 Antennen}$$

$$A_w = \frac{\lambda^2}{4\pi} g$$

Wirkfläche (nur gültig für symmetrische Antennen;
also nicht für Monopole)

$$g = \eta_{\text{Fläche}} A \cdot \frac{4\pi}{\lambda^2}$$

realer Flächenstrahler, Fläche A, $\eta_{\text{Fläche}} = 0,5 \dots 0,8$

$$\Delta\varphi \approx 51^\circ \cdot \lambda / b = 0,88 \lambda / b$$

strahlende Apertur mit konstanter Belegung;
Fläche A = a · b; a, b $\gg \lambda$, Öffnungswinkel

$$\Delta\vartheta \approx 51^\circ \cdot \lambda / a$$

$\Delta\varphi$ bzw. $\Delta\vartheta$ zwischen den beiden 3-dB-Punkten:

$$g < \frac{33000}{\Delta\varphi \Delta\vartheta}$$

stark bündelnde Richtantenne; $\Delta\varphi$ und $\Delta\vartheta$ in Grad

Uniform linear array with isotropic radiators, length $L \gg \lambda$			
	Broadside Array disc beam	End-Fire Array pencil beam	optimized End-Fire Array pencil beam
max. Directivity D_{Gruppe}	$2 L/\lambda$	$4 L/\lambda$	$7,16 L/\lambda$
3-dB-Beamwidth $\Delta\varphi$	$51^\circ \lambda / L$	$108^\circ \sqrt{\lambda / L}$	$60,7^\circ \sqrt{\lambda / L}$
2 φ_{01} (1. Nullstelle)	$114^\circ \lambda / L$	$162^\circ \sqrt{\lambda / L}$	$115^\circ \sqrt{\lambda / L}$
Nebenzipfeldämpfung	$\leq 13,5 \text{ dB}$		

$$\text{Richtdiagramm}_{\text{gesamt}} = \text{Richtdiagramm}_{\text{Einzelement}} \cdot \text{Richtdiagramm}_{\text{Gruppe}}$$

$$g \approx 4 L/\lambda$$

Dipol-Zeile, $\lambda/2$ -Dipole, Abstand $0,9 \lambda$

$$g \approx 2 L/\lambda$$

Dipol-Linie, $\lambda/2$ -Dipole, Abstand $0,9 \lambda$

$$g = \eta D$$

Wirkungsgrad η berücksichtigt Verluste

$$r_F = \sqrt{\frac{\lambda}{1/r_E + 1/r_S}}$$

Radius der 1. Fresnelzone ($\lambda/2$ Umweg),

Antennenabstand: $r_E + r_S$

$$D_F = \sqrt{\lambda d}$$

max. Durchmesser des 1. Fresnel-Ellipsoids,
Antennenabstand d

$$\frac{P_E}{P_S} = \frac{g^2 \lambda^2 \sigma}{(4\pi)^3 r^4}$$

$P_{\text{Empfang}}/P_{\text{Sende}}$, monostat. Radar, Zielentfernung r

$$\sigma = P_{\text{reflektiert}}/S_{\text{einfallend}}$$

Radar-Rückstreuquerschnitt , σ in $\text{dBm}^2 = 10 \lg \sigma$

$$\sigma = \pi r^2$$

Radar Cross Section einer leitenden Kugel, $2\pi r \gg \lambda$

$$\sigma = \frac{4\pi a^4}{3\lambda^2}$$

RCS eines Corner-Reflektors, Kantenlänge $a \gg \lambda$

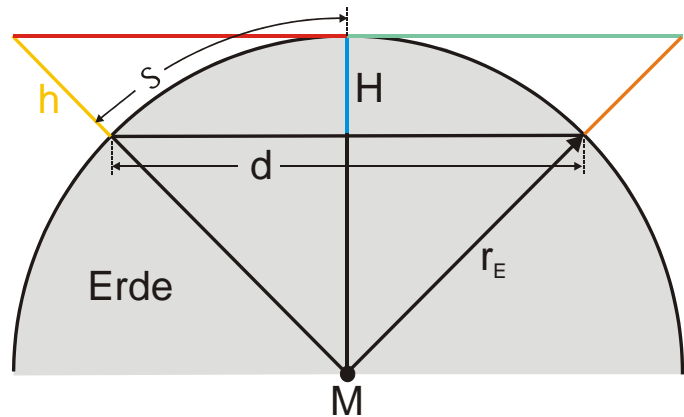
$$\sigma = \frac{4\pi a^4}{\lambda^2}$$

RCS einer quadratischen Metallplatte, Seitenlänge a

$$r_E = 6.370 \text{ km}$$

Näherungen für $h \ll r_E$ und $s \ll r_E$.

$$h \approx H \text{ und } s \approx d/2$$



$$H \approx s^2/(2r_E)$$

$$s \approx \sqrt{2hr_E} \quad \text{geometrischer Horizontabstand}$$

$$s \approx \sqrt{2h \left(\frac{4}{3} r_E \right)} \quad \text{Abstand Radio-Horizont; der Faktor } 4/3 \text{ berücksichtigt die Beugung der elektromagnetischen Wellen in der Atmosphäre}$$

Exakte Gleichungen:

$$s = r_E \arccos \frac{1}{1 + h/r_E} \quad \text{bzw.} \quad h = \frac{r_E}{\cos(s/r_E)} - r_E$$

$$H = r_E \left(1 - \sqrt{1 - \left(\frac{d}{2r_E} \right)^2} \right) \quad \text{bzw.} \quad d = 2r_E \sqrt{1 - \left(1 - \frac{H}{r_E} \right)^2}$$

$$s = r_E \arccos(1 - H/r_E) \quad \text{bzw.} \quad H = r_E [1 - \cos(s/r_E)]$$

V. Hohlleiter (Dielektrikum mit $\mu_r = 1$)

$$\lambda_z = \frac{c_o}{\sqrt{\epsilon_r} \sqrt{f^2 - f_c^2}}$$

Hohlleiterwellenlänge

$$v_G = \frac{c_o}{\sqrt{\epsilon_r}} \sqrt{1 - (f_c / f)^2}$$

Gruppengeschwindigkeit

$$\tau_G' = 1 / v_G$$

Signallaufzeit pro m

$$Z_{FH} = Z_o \frac{\lambda_z}{\lambda_o}$$

Feldwellenwiderstand H-Wellen

$$Z_{FE} = Z_o \frac{\lambda_o}{\lambda_z \epsilon_r}$$

Feldwellenwiderstand E-Wellen

H₁₀-Welle im Rechteckhohlleiter (Querschnitt a · b)

$$f_c = \frac{c_o}{2a\sqrt{\epsilon_r}}$$

Ausbreitungsbeginn; kritische Frequenz

$$1,25 f_c \leq f \leq 1,9 f_c$$

Betriebsfrequenzbereich

$$E_{\max} = \sqrt{\frac{\frac{4}{ab} Z_o P}{\sqrt{\epsilon_r} [1 - (f_c / f)^2]}}$$

maximale elektrische Feldstärke

X-Band:

8,2 – 12,4 GHz

R 100:

a = 22,86 mm

b = 10,16 mm

P-Band:

12,4 – 18 GHz

R 140:

a = 15,8 mm

b = 7,9 mm

Quaderförmiger Hohlraumresonator (Innenabmessungen a · b · c)

$$f_r = \frac{c_o}{2\sqrt{\epsilon_r}} \sqrt{\left[\frac{m}{a}\right]^2 + \left[\frac{n}{b}\right]^2 + \left[\frac{p}{c}\right]^2}$$

H_{mnp} – bzw. E_{mnp} – Resonanz

H₁₁-Welle im Rundhohlleiter (Innendurchmesser D)

$$f_c = \frac{c_o}{1,71 \cdot D \sqrt{\epsilon_r}}$$

Ausbreitungsbeginn; kritische Frequenz

VI. Schaltungstechnik

$$\underline{r}_L = \frac{\underline{Z}_L - \underline{Z}_{ref}}{\underline{Z}_L + \underline{Z}_{ref}}$$

Reflexionsfaktor der Lastimpedanz \underline{Z}_L ; $\underline{Z}_{ref} = 50 \Omega$ i.a.

$$\underline{r}_1 = \underline{S}_{11} + \frac{\underline{S}_{12} \cdot \underline{S}_{21} \cdot \underline{r}_L}{1 - \underline{S}_{22} \underline{r}_L}$$

Eingangsreflexionsfaktor, Zweitor mit \underline{r}_L am Ausgang

$$a = 20 \lg S_{21}$$

Dämpfung in dB

$$R_{quer} = 2 S_{21} Z_L / (1 - S_{21}^2)$$

angepaßtes T-Dämpfungsglied,

$$R_{längs} = Z_L (1 - S_{21}) / (1 + S_{21})$$

Aufbau: $R_{längs} - R_{quer} - R_{längs}$

$$P(f_1) = IP3 - \Delta a$$

Ausgangspegel der Grundschwingung in dBm ist um Δa in dB kleiner als der IP3

$$P(2f_1 - f_2) = IP3 - 3\Delta a = P(f_1) - 2\Delta a$$

Ausgangspegel des Intermodulationsprodukts 3.

Ordnung in dBm, $IP3 = IP3_{output, double tone}$

$$P(3f_1) = P(f_1) - 2 [IP3 - P(f_1)]$$

Pegel der dreifachen Frequenz am Verstärkerausgang,

$IP3 = IP3_{output, single tone}$

$$\det \underline{S} = \underline{S}_{11} \underline{S}_{22} - \underline{S}_{21} \underline{S}_{12}$$

Determinante der Streumatrix

$$g = S_{21}^2 \frac{1 - r_L^2}{(1 - r_1^2) |1 - \underline{S}_{22} \underline{r}_L|^2}$$

Leistungsverstärkung

$$T = Q / (\pi f_{res}) = 1 / (\pi B)$$

Zeitkonstante Resonator, Güte Q, Bandbreite B

$$P_R = k \cdot T \cdot B$$

thermische Rauschleistung in der Bandbreite B

$k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Ws/K}$, Temperatur T

$$F_{ges} = F_1 + \frac{F_2 - 1}{g_1} + \frac{F_3 - 1}{g_1 g_2}$$

Cascaded amplifier noise figure

$$T_R = (F - 1) T_0$$

Rauschtemperatur, $T_0 = 290 \text{ K} = 16,8 \text{ °C}$

$$F = \frac{P_{r output}}{k T_0 B g} = \frac{SNR_{input}}{SNR_{output}}$$

Rauschzahl, Verstärkung g, F in dB = $10 \lg F$

$$\tau = 1 / (2f_g)$$

Einschwingzeit, Tiefpaß-Filter

$$\tau = 1 / B$$

Einschwingzeit, Bandpaß-Filter